Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 3
Fachbereich Maschinenbau
Maschinendynamik SS 06
Prof. Dr. W. Kröber

Name ______________________________

Matr.-Nr. __________________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 25.07.2006

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
  - Schreib- und Zeichengerät
  - Taschenrechner
  - Formelsammlung (11 Blätter)
  - aus der Technischen Mechanik:
    - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
    - Durchbiegungen und Neigungswinkel
    - Massenträgheitsmomente homogener Körper

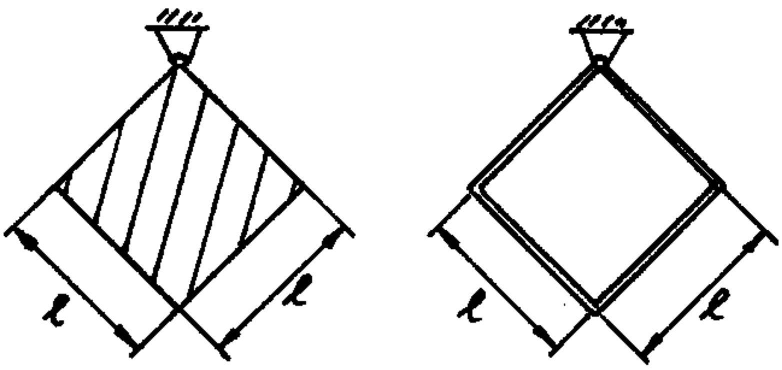
Note : ______________________________

Aufgabe 1 (20P)

Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen der beiden starren Körper für kleine Auslenkungen um die statische Ruhelage! In einem Fall handelt es sich um eine quadratische homogene Scheibe der Masse m und Kantenlänge l. Im zweiten Fall handelt es sich um 4 dünne Stäbe. Die Gesamtmasse der 4 Stäbe ist auch m, die Kantenlänge ebenfalls l.

Geg.: g, l, m

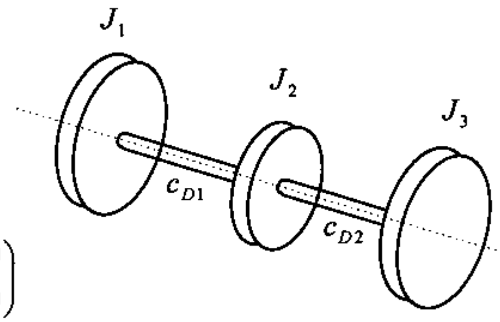
Ges.: $f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\ldots} = \ldots$



Aufgabe 2 (8P)

Mit einem seismischen Wegaufnehmer ($f_0 = 0{,}2\,Hz$) wird bei einer Frequenz von $f = 0{,}5\,Hz$ eine Schwingamplitude von 0,4mm angezeigt. Wie groß ist die tatsächliche Schwingamplitude? Annahme: Dämpfungsgrad sei Null.

Aufgabe 3 (20P)



Ein Antriebsstrang mit Motor, Getriebe und Arbeitsmaschine kann durch das abgebildete System hinreichend genau beschrieben werden.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{M}}} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_{rel1} \\ \ddot{\varphi}_{rel2} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} c_{D1}\left(\frac{1}{J_1}+\frac{1}{J_2}\right) & -\frac{c_{D2}}{J_2} \\ -\frac{c_{D1}}{J_2} & c_{D2}\left(\frac{1}{J_2}+\frac{1}{J_3}\right) \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{C}}} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{rel1} \\ \varphi_{rel2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie für den Sonderfall $J_1 = J_3 = 2J$ und $J_2 = J$ sowie $c_{D1} = c_{D2} = c_D$ die beiden Eigenkreisfrequenzen!

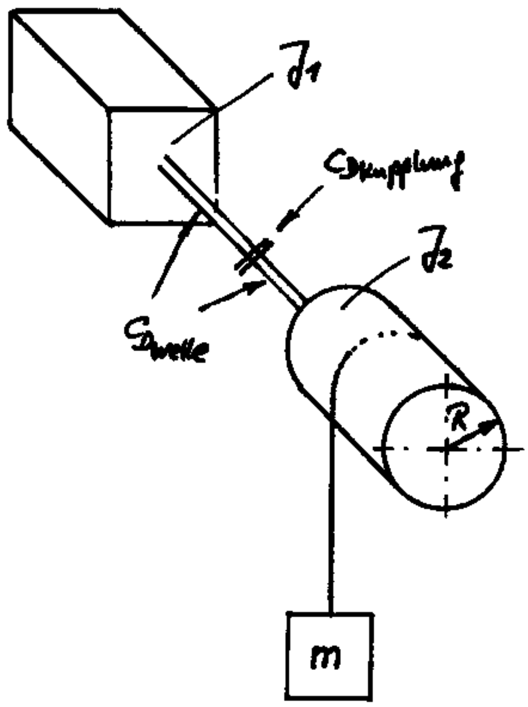
Aufgabe 4 (20P)

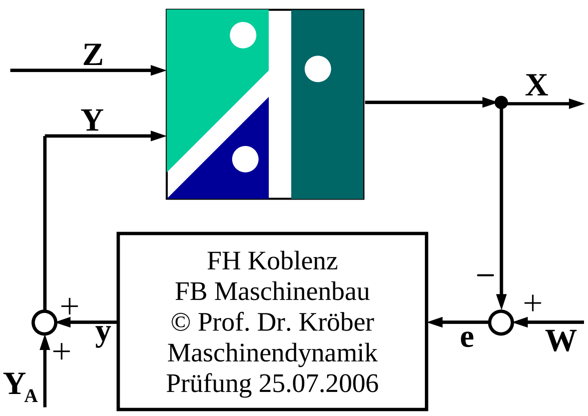
Eine Seilwinde (Massenträgheitsmoment J_2) wird von einem Motor mit nachgeschaltetem Getriebe (Massenträgheitsmoment J_1) angetrieben. An der Seilwinde (Radius R) hängt die Masse m. Die Dehnung des Seils ist vernachlässigbar. Die Drehsteifigkeit der Welle (gesamter Wellenstrang, ohne Kupplung) sei $c_{D\,Welle}$. Zunächst bleibt die Drehsteifigkeit der Kupplung unberücksichtigt.

Zahlenwerte: $J_1 = 4kgm^2$; $J_2 = 2kgm^2$; $m = 500kg$; $R = 0{,}1m$; $c_{DWelle} = 20 \cdot 10^3 \frac{Nm}{rad}$

a. Bestimmen Sie die Torsionseigenfrequenz (formelmäßige und numerische Lösung)!

b. Die Drehsteifigkeit der Kupplung soll so gewählt werden, dass die Torsionseigenfrequenz max. um 20% abnimmt. Wie groß muss dann $c_{D\,Kupplung}$ sein?





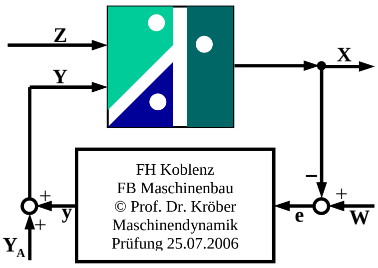
Aufgabe 5 (12P)

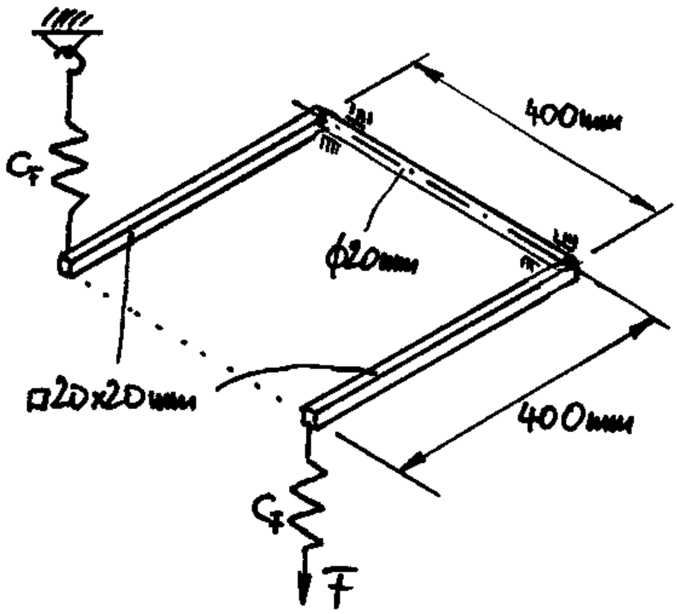
Die abgebildete Aufhängekonstruktion wird durch die Kraft F belastet. Die beiden Vierkantstäbe (Quadratprofil Kantenlänge 20mm) werden auf Biegung beansprucht und die Welle (Durchmesser 20mm) auf Torsion. Weitere Einflüsse sind zu vernachlässigen. Wie groß ist die Gesamtsteifigkeit des abgebildeten Systems?

Geg: $E = 210000 N/mm^2$; $G = 80000 N/mm^2$; $c_F = 59{,}1 N/mm$

Hilfestellung:

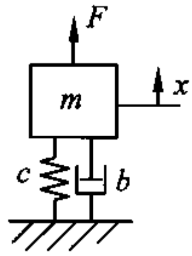
$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

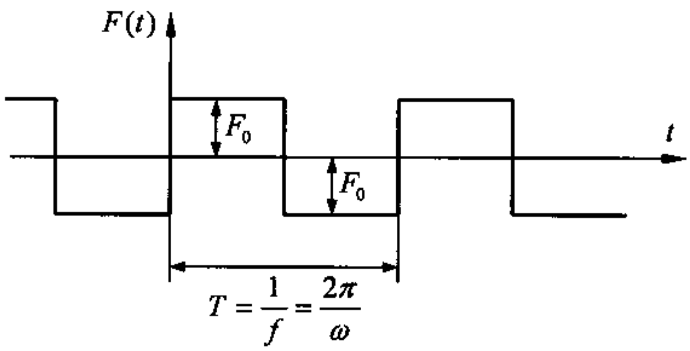




Aufgabe 6 (20P)

Auf ein Feder-Masse-System wirkt eine Kraft $F_0 = 400N$ nach der angegebenen Zeitfunktion. Die Eigenfrequenz des Feder-Masse-Systems beträgt $f_0 = 10Hz$, die Masse beträgt m=20kg, der Dämpfungsgrad sei $\vartheta = 0{,}05$. Zu bestimmen sind die Amplituden der Masse m, und zwar der Anteil der Grundschwingung mit f=4Hz und der Anteil der Oberschwingung mit f=12Hz.





Fourierreihenentwicklung: $F(t) = \frac{4 \cdot F_0}{\pi} \cdot [\sin(\omega t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + ...]$

Lösungen Prüfung Maschinendynamik vom 25.07.06 Blatt 1

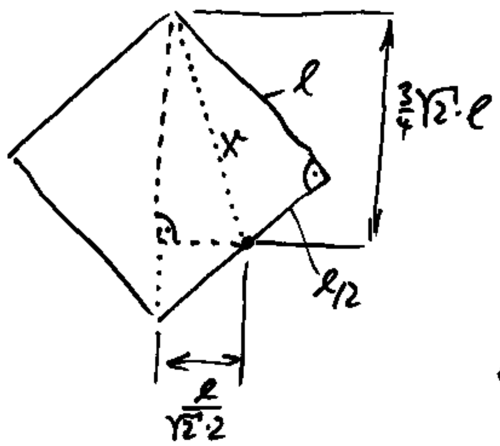
zu 1) homogene Scheibe

$$J_0 = \frac{1}{12} m \left(l^2 + l^2\right) + \underbrace{m \left(\overbrace{\frac{l}{\sqrt{2}}}^{l_S}\right)^2}_{\text{Steiner-Anteil}} = \ldots = \frac{2}{3} m l^2 \quad ; \text{wobei } l_S = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l_S}{J_0}} = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l/\sqrt{2}}{\frac{2}{3} m l^2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{g}{l}} = 2 \cdot \pi \cdot f_0$$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{g}{l}}}} \approx 0{,}1639 \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

4 Stäbe



$$J_0 = \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{m}{4}\right) l^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{m}{4}\right) l^2 + \frac{m}{4} \cdot x^2 \right\} \cdot 2$$

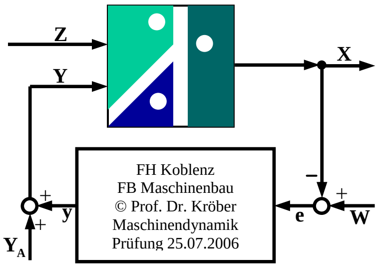
$$x^2 = \left(\frac{3}{4}\sqrt{2} \cdot l\right)^2 + \left(\frac{l}{\sqrt{2} \cdot 2}\right)^2 = \ldots = \frac{5}{4} l^2$$

oder alternativ

$$x^2 = l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

ergibt:

$$J_0 = \ldots = \frac{5}{6} m l^2$$

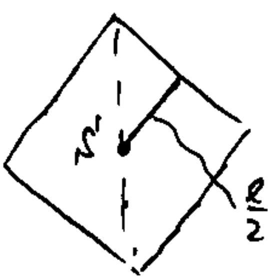


Somit:

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l_S}{J_0}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l/\sqrt{2}}{\frac{5}{6} m l^2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{3}{5}\sqrt{2} \cdot \frac{g}{l}}}}$$

$$\approx 0{,}1466 \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

alternative Bestimmung von J_0:



$$J_0 = \left(\frac{1}{12} \frac{m}{4} l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \frac{m}{4}\right) \cdot 4 + m \cdot \underbrace{l_S^2}_{\frac{l^2}{2}} = \ldots = \frac{5}{6} m l^2$$

Lösungen Prüfung Maschinendynamik vom 25.07.06 Blatt 2

FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 25.07.2006

Z Y X W e y Y_A

zu 2) $f > f_0$:

$$\frac{\hat{x}_{rel}}{\hat{y}} = \frac{\eta^2}{\eta^2 - 1} = V_3 \Rightarrow \hat{y} = \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2}\,\hat{x}_{rel}$$

$$= \frac{\left(\frac{0{,}5}{0{,}2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{0{,}5}{0{,}2}\right)^2} \cdot 0{,}4\,\text{mm} = \underline{\underline{0{,}336\,\text{mm}}}$$

zu 3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ddot{\vec{\varphi}}_{rel} + \begin{pmatrix} c_D\left(\frac{1}{2J} + \frac{1}{J}\right) & -\frac{c_D}{J} \\ -\frac{c_D}{J} & c_D\left(\frac{1}{J} + \frac{1}{2J}\right) \end{pmatrix} \vec{\varphi}_{rel} = \vec{0}$$

$$\begin{vmatrix} c_D \frac{3}{2J} - \omega^2 & -\frac{c_D}{J} \\ -\frac{c_D}{J} & c_D \frac{3}{2J} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\left(\frac{3 c_D}{2J} - \omega^2\right)^2 - \left(\frac{c_D}{J}\right)^2 = 0$$

$$\frac{9}{4}\frac{c_D^2}{J^2} - 2\,\frac{3}{2}\frac{c_D}{J}\omega^2 + \omega^4 - \left(\frac{c_D}{J}\right)^2 = 0 \Rightarrow 0 = \omega^4 - 3\frac{c_D}{J}\omega^2 + \frac{5}{4}\left(\frac{c_D}{J}\right)^2$$

$$\omega_{0_{1,2}}^2 = \frac{3}{2}\frac{c_D}{J} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\frac{c_D}{J}\right)^2 - \frac{5}{4}\left(\frac{c_D}{J}\right)^2}$$

$$= \frac{3}{2}\frac{c_D}{J} \pm \frac{c_D}{J}$$

$$\underline{\underline{\omega_{01} = \sqrt{\frac{5 \cdot c_D}{2J}}}}\ ; \quad \underline{\underline{\omega_{02} = \sqrt{\frac{c_D}{2 \cdot J}}}}$$

zu 4) $J_{2ges} = J_2 + mR^2$

$$\omega_0^2 = c_D\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_{2ges}}\right) \Rightarrow \omega_0^2 = c_{Welle}\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2 + mR^2}\right) = (2 \cdot \pi \cdot f_0)^2$$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{c_{Welle}\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2 + mR^2}\right)}}}$$

$$\underline{f_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{20 \cdot 10^3\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2 + 500 \cdot 0{,}1^2}\right)}\,\text{Hz} = \underline{\underline{14{,}11\,\text{Hz}}}$$

Lösungen Prüfung Maschinendynamik vom 25.07.06 Blatt 3

zu 4,b) $f_{neu} = 0{,}8 \cdot 14{,}11\,Hz = 11{,}29\,Hz$

$$c_{Dneu} = \frac{(2\pi \cdot f_{0neu})^2}{\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2 + m R^2}} = \frac{(2\pi \cdot 11{,}29)^2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2 + 500 \cdot 0{,}1^2}} \frac{Nm}{rad} = 12800 \frac{Nm}{rad}$$

oder auch: $f_0 \sim \sqrt{c_D}$ bzw. $f_0^2 \sim c_D$

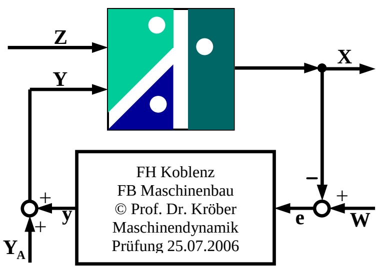
$$\frac{f_0^2}{f_{0neu}^2} = \frac{c_D}{c_{Dneu}} \Rightarrow c_{Dneu} = c_D \left(\frac{f_{0neu}}{f_0}\right)^2 = 20000 \frac{Nm}{rad} \cdot (0{,}8)^2$$

$$= 12800 \frac{Nm}{rad}$$

Bem.: Diese Lösung ist unabhängig von Teilaufgabe 4,a.

Reihenschaltung von 2 Drehfedern:

$$\frac{1}{c_{Dneu}} = \frac{1}{c_{DWelle}} + \frac{1}{c_{DKupplung}} \Rightarrow c_{DKupplung} = \frac{1}{\frac{1}{c_{Dneu}} - \frac{1}{c_{DWelle}}}$$



$$= \frac{1}{\frac{1}{12800} - \frac{1}{20000}} \frac{Nm}{rad}$$

$$= 35556 \frac{Nm}{rad}$$

zu 5) $$f_B = \frac{F l^3}{3EJ} \Rightarrow c_B = \frac{3EJ}{l^3} = \frac{3 \cdot 210000 \cdot \frac{1}{12}(20)^4}{400^3} \frac{N}{mm} = 131{,}25 \frac{N}{mm}$$

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{\Delta f}{l} = \frac{F \cdot l \cdot l}{G \cdot J_p} \Rightarrow c_W = \frac{F}{\Delta f} = \frac{G \cdot J_p}{l^3} = \frac{80000 \cdot \frac{\pi}{32} \cdot 20^4}{400^3} \frac{N}{mm}$$

$$= 19{,}63\, N/mm$$

alternative Detaillösung:

$c_D = \frac{M}{\varphi} = \frac{G \cdot J_p}{l}$ und dann: $c_W = \frac{c_D}{l^2}$

Lösungen Prüfung Maschinendynamik vom 25.07.06 Blatt 4

noch zu 5)

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_F} + \frac{1}{C_\square} + \frac{1}{C_W} + \frac{1}{C_\square} + \frac{1}{C_F} \left(= \frac{2}{C_F} + \frac{2}{C_\square} + \frac{1}{C_W} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{59{,}1} + \frac{1}{131{,}25} + \frac{1}{19{,}63} + \frac{1}{131{,}25} + \frac{1}{59{,}1} \right) \frac{mm}{N} \Rightarrow C_{ges} = 9{,}998 \frac{N}{mm}$$

$$\approx 10{,}0 \, N/mm$$

zu 6) $\omega_0^2 = (2 \cdot \pi \cdot f_0)^2 = \frac{c}{m} \Rightarrow c = m \, (2 \cdot \pi \cdot f_0)^2 = 20 \, (2 \cdot \pi \cdot 10)^2 \frac{N}{m} = 78957 \frac{N}{m}$

Grundschwingung:

$$\hat{F} = \frac{4 \cdot F_0}{\pi} = \frac{4 \cdot 400 N}{\pi} = 509{,}3 N$$

$$\eta = \frac{f}{f_0} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2 D \eta)^2}}$$

$$= \frac{509{,}3}{78957} m \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-0{,}4^2)^2 + (2 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}4)^2}}}_{1{,}189} = 7{,}67 mm$$

FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 25.07.2006

Oberschwingung mit $i = 3$:

$$\hat{F} = \frac{509{,}3 N}{3} = 169{,}8 N$$

$$\eta = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

$$\hat{x} = \frac{169{,}8}{78957} m \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-1{,}2^2)^2 + (2 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}2)^2}}}_{2{,}193}$$

$$= 4{,}72 mm$$