Fachhochschule Koblenz
Fachbereich Maschinenbau
Maschinendynamik WS 05/06
Prof. Dr. W. Kröber

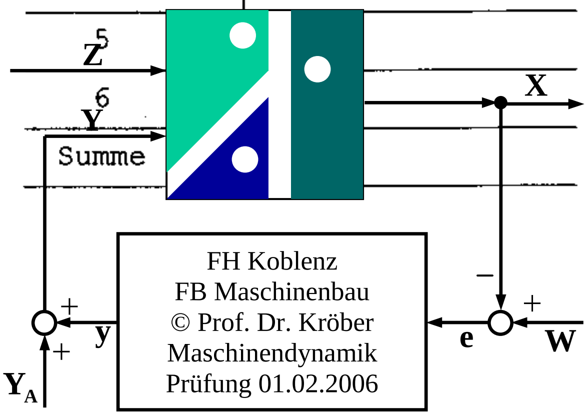
Name ____________________

Matr.-Nr. ________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsteil ersichtlich sein.

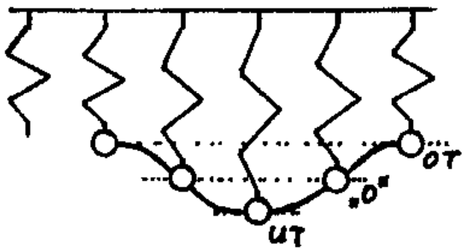
- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
  - Schreib- und Zeichengerät
  - Taschenrechner
  - Formelsammlung (11 Blätter)
  - aus der Technischen Mechanik:
    - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
    - Durchbiegungen und Neigungswinkel
    - Massenträgheitsmomente homogener Körper



Note : ____________________

Aufgabe 1 (15P)

An eine ungespannte Feder wird die Masse m befestigt und dann im oberen Totpunkt ("OT") losgelassen. Bei den sich einstellenden Schwingungen um eine "dynamische" Mittellage ("0") durchläuft die Masse stets einen unteren Totpunkt ("UT"), einen oberen Totpunkt ("OT"), u.s.w..



Zahlenwerte: m=4 kg, c=1962 N/m, g=9,81 m/s²

a. Wie groß ist die Amplitude $\hat{x}$ (oder alternativ mit $\hat{y}$ bezeichnet) der sich einstellenden Schwingung?

b. Wie groß ist die maximale Schwinggeschwindigkeit?

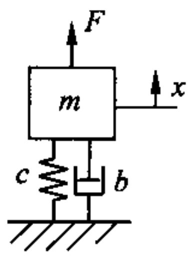
c. Wie groß ist der Maximalwert der kinetischen Energie der schwingenden Masse?

d. Wie groß ist der Maximalwert der Federkraft?

e. Wie groß ist der Maximalwert der potentiellen Energie der gespannten Feder?

Aufgabe 2 (17P)

Von einem schwingungsfähigen System sind als Daten die Masse m=20 kg und c=79 N/mm und der Dämpfungsgrad ϑ=0,05 bekannt. Es wirkt eine sinusförmige Kraft von $\hat{F}$=400 N (f=20 Hz).

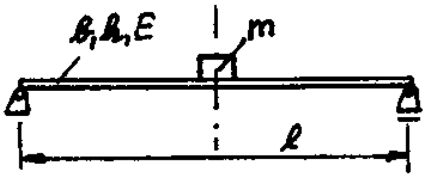


Wie groß sind die sich einstellende Schwingamplitude und die Phasenverschiebung?

Aufgabe 3 (16P)

Auf einem Träger (Rechteckquerschnitt b=40 mm, h=5 mm, E=210000 N/mm^2) ist mittig eine Masse (m=5 kg) befestigt. Bei einem Schwingversuch wird eine Periodendauer von T=0,1 s gemessen.

Wie groß ist die Spannweite des Trägers bei der dargestellten beidseitigen gelenkigen Einspannung des Trägers?



Annahme: Die Trägermasse wird vernachlässigt.

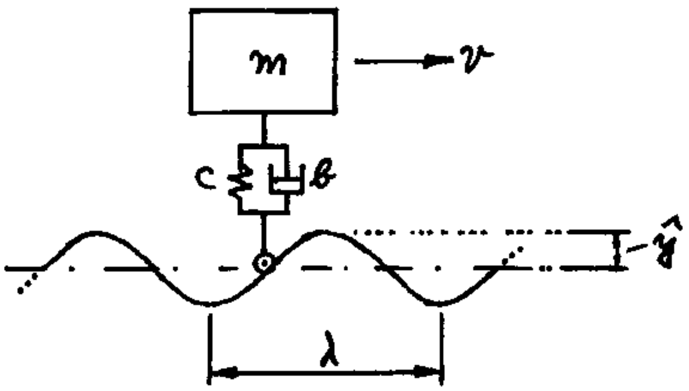
Aufgabe 4 (20P)

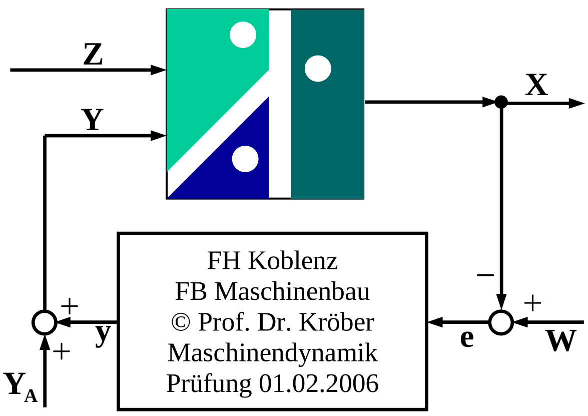
Die Unebenheit einer Straße wird durch eine Sinusfunktion angenähert. Der Abstand der Bodenwellen sei λ=4 m, die Fahrgeschwindigkeit des Pkw's sei v=60 km/h.

Annahme: Es wird nur die Massenwirkung der Fahrzeugobermasse berücksichtigt.

Weitere gegebene Daten: m=1000 kg, c=120 kN/m, b=3000 $\frac{N}{m/s}$, $\hat{y}$=6 cm

Wie groß ist die Vertikalamplitude des Fahrzeugs beim Überfahren der Bodenwellen?

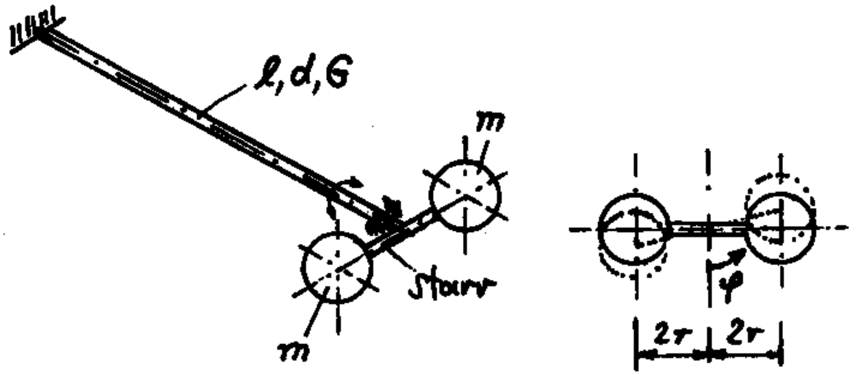




Aufgabe 5 (16P)

An der einseitig eingespannten Welle (Länge l, Durchmesser d, Schub-Modul G) sind über eine starre Verbindungsstange zwei Kugeln (jeweils Masse m, Radius r) befestigt. Die Massenwirkungen der Welle und der Verbindungsstange werden vernachlässigt.

Geg.: d, l, G, m, r



Hilfestellung:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

a. Ermitteln Sie eine Gleichung der für die Schwingung maßgeblichen Drehsteifigkeit c_D der Welle in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

b. Ermitteln Sie eine Gleichung des für die Schwingung maßgeblichen Massenträgheitsmomentes in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

   Bemerkung: Bei den beiden Massen handelt es sich nicht um Punktmassen, d.h. $J = \frac{2}{5} m r^2$ ist zu berücksichtigen.

c. Weisen Sie die Richtigkeit der angegebenen Gleichung zur Ermittlung der Torsionseigenkreisfrequenz nach!

$$f_0 = \sqrt{\frac{5}{5632 \cdot \pi} \cdot \frac{G}{m \cdot l} \cdot \frac{d^2}{r}}$$

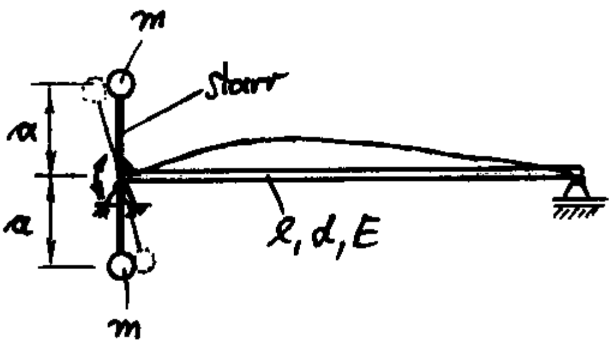
Aufgabe 6 (16P)

Die abgebildete biegeweiche Welle (Länge l, Durchmesser d, E-Modul E) ist zweifach gelagert. Die Massenwirkungen der Welle sowie der starren Verbindungsstange sind zu vernachlässigen. Die beiden Punktmassen können, wie angedeutet, Drehschwingungen ausführen. Dabei wird die Welle auf Biegung beansprucht.
Bestimmen Sie die Eigenfrequenz dieser Schwingung in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Annahme: Bei den beiden Massen handelt es sich um Punktmassen.

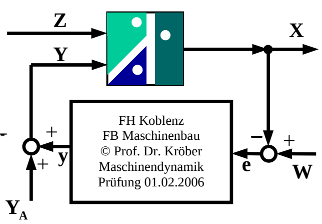
Geg.: d, l, E, a, m

Ges.: $f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\ldots} = \ldots$ (oder so ähnlich)



Hilfestellung:

$$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$



Lösungen Prüfung Maschinendynamik 1.2.06 Blatt 1

zu 1) $\hat{x} = x_{stat} = \frac{m \cdot g}{c} = \frac{4 \cdot 9{,}81}{1962} m = \underline{\underline{0{,}020 m}}$

$\underline{\underline{v_{max}}} = \omega_0 \cdot \hat{x} = \sqrt{\frac{c}{m}} \cdot \hat{x} = \sqrt{\frac{1962}{4}} \cdot 0{,}02 \, m/s = \underline{\underline{0{,}443 \, m/s}}$

$\underline{\underline{E_{kin_{max}}}} = \frac{m}{2} v_{max}^2 = \frac{4}{2} \cdot 0{,}443^2 J = \underline{\underline{0{,}392 J}}$

$\underline{\underline{F_{Feder_{max}}}} = 2 \cdot c \cdot \hat{x} = 2 \cdot 1962 \cdot 0{,}02 N = \underline{\underline{78{,}48 N}}$

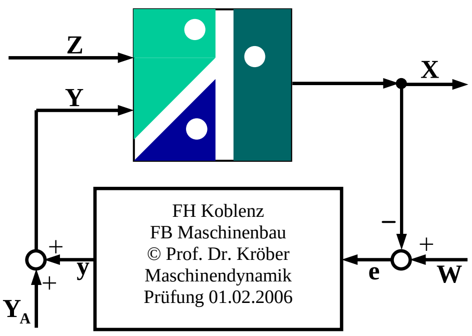
$\underline{\underline{E_{Pot_{max}}}} = \frac{c}{2} s^2 = \frac{c}{2} (2\hat{x})^2 = \frac{1962}{2} (2 \cdot 0{,}02)^2 J = \underline{\underline{1{,}570 J}}$

zu 2) $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}$

$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{79000}{20}} Hz = 10{,}003 Hz \approx 10{,}0 Hz$

$\eta = \frac{f}{f_0} = \frac{20}{10} = 2$

$\frac{\hat{x}}{\hat{F}/c} = V_1 \Rightarrow \hat{x} = \frac{\hat{F}}{c} \cdot V_1 = \frac{\hat{F}}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$



$= \underbrace{\frac{400 N}{79000 N/m}}_{5{,}063 mm} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-2^2)^2 + (2 \cdot 0{,}05 \cdot 2)^2}}}_{0{,}3326}$

$\underline{\underline{\hat{x} = 1{,}684 mm}}$

$\tan\varphi = -\frac{2D\eta}{1-\eta^2} = -\frac{2 \cdot 0{,}05 \cdot 2}{1-2^2} = -0{,}06\bar{6}\ldots \Rightarrow \varphi = +3{,}81°$

(= Hauptwert)

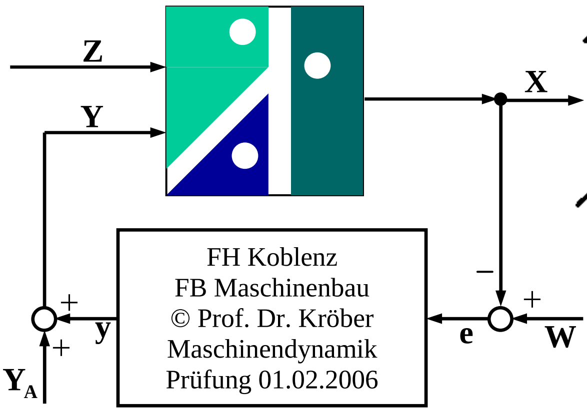
wegen $\eta > 1$: $\varphi = +3{,}81° - 180°$

$\underline{\underline{\varphi = -176{,}19°}}$ (eilt nach)

Lösungen Prüfung Maschinendynamik 1.2.06 Blatt 2

zu3) $f = \frac{F \cdot \ell^3}{48 E J} \Rightarrow c = \frac{F}{f} = \frac{48 \cdot E \cdot J}{\ell^3}$

$$\omega_0^2 = \frac{c}{m} = \frac{48 \cdot E \cdot J}{\ell^3 \cdot m} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T_0}\right)^2$$



$$\ell^3 = \frac{48 \cdot E \cdot J}{m}\left(\frac{T_0}{2 \cdot \pi}\right)^2 \quad ; J = \frac{1}{12} b h^3$$

$$\ell = \sqrt[3]{\frac{48 \cdot E \cdot b h^3}{m \cdot \cancel{12}}\left(\frac{T_0}{\cancel{2} \cdot \pi}\right)^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{E \cdot b \cdot h^3}{m}\left(\frac{T_0}{\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}005^3}{5}\left(\frac{0{,}1}{\pi}\right)^2}\,m$$

$$= \underline{\underline{0{,}597\,m = 597\,mm}}$$

zu4) $\omega_0^2 = \frac{c}{m} = (2 \cdot \pi \cdot f_0)^2 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}}$

$$= \frac{1}{2 \cdot \pi}\sqrt{\frac{120000}{1000}}\,Hz = 1{,}744\,Hz$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{\lambda}{v} = \frac{4\,m}{\frac{60}{3{,}6}\frac{m}{s}} = 0{,}24\,s \Rightarrow f = \frac{1}{0{,}24\,s} = 4{,}1\bar{6}\ldots\,Hz$$

$$\eta = \frac{f}{f_0} = \frac{4{,}1\bar{6}\ldots}{1{,}744} = 2{,}390$$

$$2\delta = \frac{b}{m} \; ; \; \vartheta = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\frac{b}{2m}}{\sqrt{\frac{c}{m}}} = \frac{b}{2\sqrt{c\,m}} = \frac{3000}{2\sqrt{120 \cdot 10^3 \cdot 1000}} = 0{,}1369$$

$$\hat{x} = \hat{y} \cdot V_2$$

$$= \hat{y}\,\frac{\sqrt{1+(2\vartheta\eta)^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+(2\vartheta\eta)^2}} = 6\,cm \cdot \frac{\sqrt{1+(2 \cdot 0{,}1369 \cdot 2{,}390)^2}}{\sqrt{(1-2{,}390^2)^2+(2 \cdot 0{,}1369 \cdot 2{,}390)^2}}$$

$$\underline{\underline{\hat{x}}} = 6\,cm \cdot \frac{1{,}1951}{4{,}7573} = \underline{\underline{1{,}507\,cm}}$$

Lösungen Prüfung Maschinendynamik 1.2.06 Blatt 3

zu5) $$\varphi = \frac{M\cdot l}{G\cdot J_p} \Rightarrow c_D = \frac{M}{\varphi} = \frac{G\cdot J_p}{l} \;;\; J_p = \frac{\pi}{32}d^4$$

$$= \frac{G\cdot\pi\cdot d^4}{32\cdot l} = \underline{\underline{\frac{\pi\cdot G\cdot d^4}{32\cdot l}}}$$

$$J = 2\left[\frac{2}{5}mr^2 + m(2r)^2\right] = 2\left[\frac{2}{5}mr^2 + 4mr^2\right] = 2\left[\frac{22}{5}mr^2\right]$$

$$= \underline{\underline{\frac{44}{5}mr^2}}$$

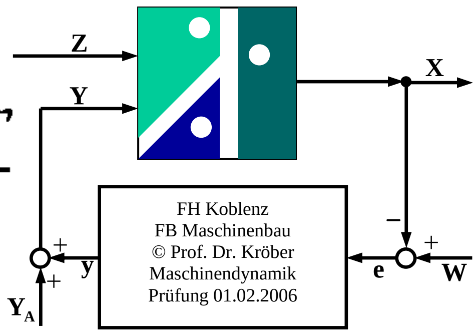
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_D}{J}} = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{\pi\cdot G\cdot d^4\cdot 5}{32\cdot l\cdot 44\cdot m r^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{\pi}\cdot G\cdot d^4\cdot 5}{4\cdot\pi^{\cancel{2}}\cdot 32\cdot l\cdot 44\cdot m\cdot r^2}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{5}{5632\cdot\pi}\cdot\frac{G}{m l}\cdot\frac{d^2}{r}}}}$$

zu6) $$\tan\alpha_1 = \frac{M_b\cdot l}{3\cdot E\cdot J} = \alpha_1 = \alpha$$ (Kleine Winkel $\tan\alpha \approx \alpha$)

$$c_D = \frac{M_b}{\alpha} = \frac{3\cdot E\cdot J}{l} = \frac{3\cdot E\cdot\pi\cdot d^4}{l\cdot 64} = \frac{3\cdot\pi\cdot E\cdot d^4}{64\cdot l}$$

$$J = ma^2 + ma^2 = 2ma^2$$



$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_D}{J}} = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{3\cdot\pi\cdot E\cdot d^4}{64\cdot l\cdot 2\cdot m\cdot a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{3\cdot\cancel{\pi}\cdot E\cdot d^4}{4\cdot\pi^{\cancel{2}}\cdot 64\cdot l\cdot 2\cdot m\cdot a^2}}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{\frac{3}{512\cdot\pi}\cdot\frac{E}{m l}\cdot\frac{d^2}{a}}}}$$