

Maschinendynamik WS 10/11  
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min

Note : \_\_\_\_\_

Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Technische Mechanik III" (5 Blätter)
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..." (1 Blatt)
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (7 Blätter)
- Umdruck/Formelsammlung Maschinenakustik (9 Blätter)

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Summe	



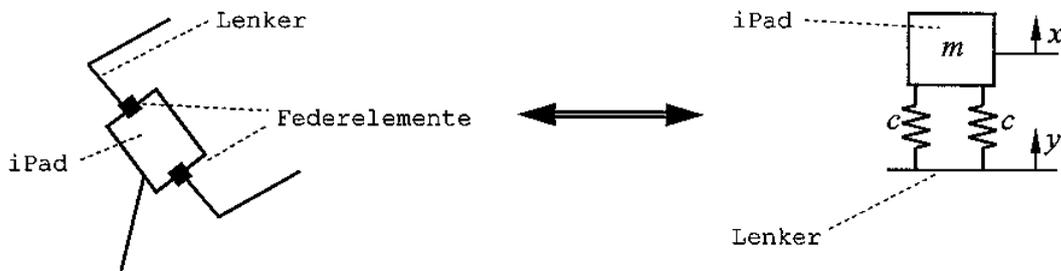
$X$   
 $Y$   
 $Z$   
 $Y_A$   
 $e$   
 $W$

FH Koblenz  
 FB Ingenieurwesen  
 Maschinenbau  
 © Prof. Dr. Kröber  
 Maschinendynamik  
 Prüfung 04.02.2011

Aufgabe 1 ( 16P )

Um bei einer Fahrradtour das "Ziel zu finden", wird ein iPad mit mobilem Internetzugang als Navigationsgerät eingesetzt. Das iPad wird durch zwei elastische Federelemente schwingungstechnisch vom starren Fahrradrahmen (hier: Lenker) abgekoppelt. Für die Auslegung wird eine Anregung mit einem zeitlichen Verlauf von  $y = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$  zugrunde gelegt. Betrachtet wird eine translatorische Schwingung. Es wird von einer maximal zulässigen Schwingbeschleunigung des iPad von 1,6 g ausgegangen. Die Masse des iPad beträgt 730 g. Hinzu kommen 370 g für die Halterung. Somit wird eine Masse von  $m = 1,1$  kg zugrunde gelegt. Ein möglicher Einfluss der Dämpfung wird vernachlässigt.

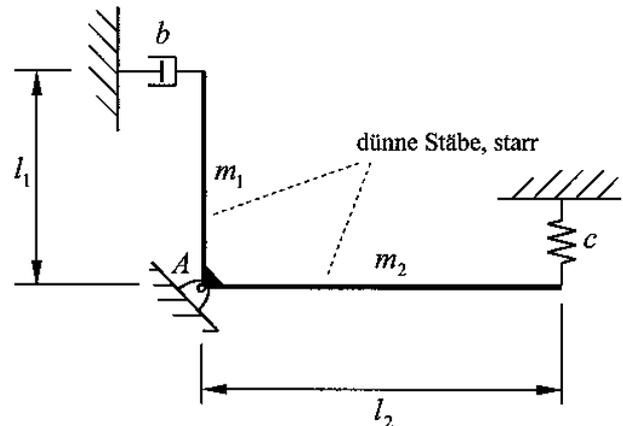
Weitere Zahlenwerte:  $\hat{y} = 0,02m$ ;  $f = 6$  Hz;  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>



- a. Wie groß ist die Federsteifigkeit c zu wählen?
- b. Wie groß ist die statische Durchsenkung der Masse m infolge des Eigengewichtes?

Ausgabe 2 ( 14P )

An dem angegebenen System ist an einem Stabende eine Feder und an dem anderen Stabende ein Dämpfer angebracht. Das System kann Drehschwingungen um das Lager A ausführen.



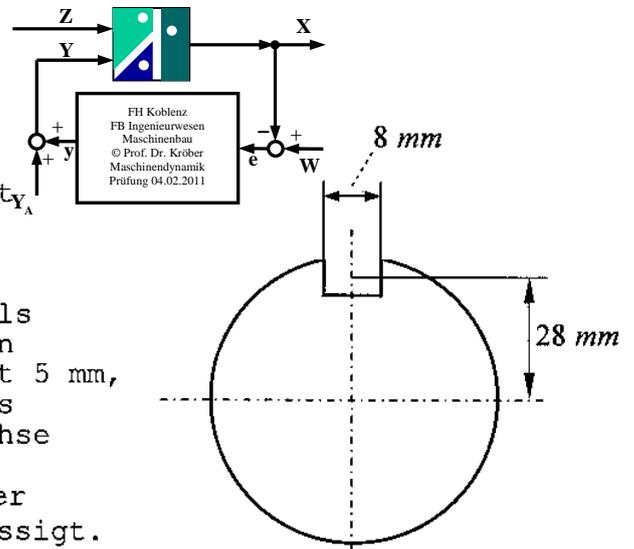
Gegebene Zahlenwerte:

$m_1 = 10 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 20 \text{ kg}$ ;  
 $l_1 = 0,4 \text{ m}$ ;  $l_2 = 0,6 \text{ m}$ ;  
 $c = 4000 \text{ N/m}$ ;  $b = 400 \text{ N}\cdot\text{s/m}$

Bestimmen Sie die Periodendauer dieser Schwingung!

Aufgabe 3 ( 16P )

Eine Maschine der Masse  $m = 19 \text{ kg}$  ist elastisch (Steifigkeit  $c = 7 \text{ kN/mm}$ ) gegenüber der Umgebung abgekoppelt. In der Maschine rotiert eine Welle. Die Welle hat eine Nut, deren Maße als ein Rechteck angenommen werden können (Breite der Nut =  $8 \text{ mm}$ , Tiefe der Nut  $5 \text{ mm}$ , Länge der Nut  $40 \text{ mm}$ ). Der Abstand des Mittelpunktes der Nut von der Drehachse beträgt  $28 \text{ mm}$ . Die Dichte der Welle beträgt  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Ein möglicher Einfluss der Dämpfung wird vernachlässigt.



- Bestimmen Sie die Unwucht  $U = \Delta m \cdot e$ !
- Wie groß ist die Fliehkraft bei einer Drehzahl von  $n = 2900 \text{ 1/min}$ ?
- Bei welcher Drehzahl [in 1/min] gehen die sich einstellenden Schwingamplituden gegen unendlich?
- Wie groß ist die Schwingamplitude bei der Drehzahl  $n = 2900 \text{ 1/min}$ ?

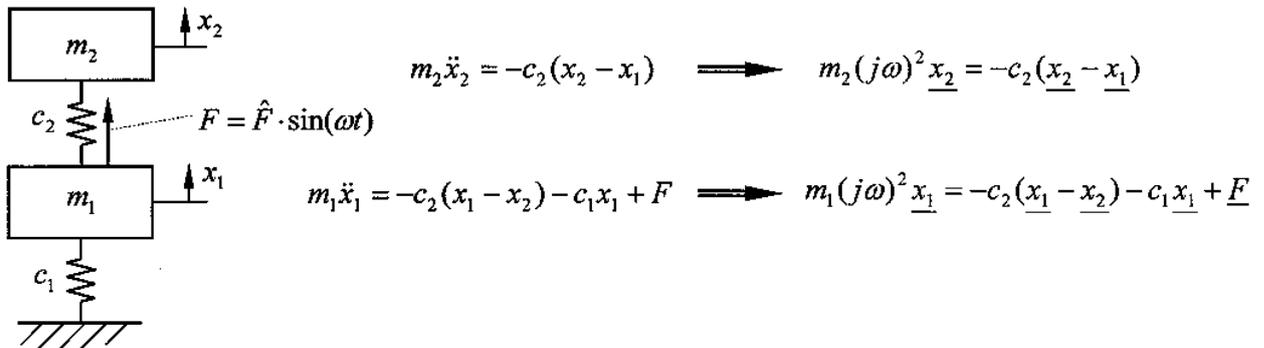
Aufgabe 4 ( 10P )

In einem Beschleunigungsaufnehmer mit den Daten  $f_0 = 200 \text{ Hz}$  und  $\beta = 1/\sqrt{2}$  befindet sich eine sogenannte seismische Masse. Diese seismische Masse ist durch ein Feder-/Dämpfersystem vom Gehäuse abgekoppelt. Der Beschleunigungsaufnehmer ist auf einem schwingenden Maschinenteil befestigt. Das schwingende Maschinenteil weist eine sinusförmige Bewegung mit der Amplitude von  $2 \text{ mm}$  bei einer Frequenz von  $30 \text{ Hz}$  auf. Wie groß ist die Amplitude des Relativweges der seismischen Masse im Beschleunigungsaufnehmer?

Aufgabe 5 ( 14P )

Auf dem abgebildeten Zweimassenschwinger greift an der Untermasse eine sinusförmige Massenkraft  $F = (\Delta m \cdot e) \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) = \hat{F} \cdot \sin(\omega t)$  an.

Für jeden Freiheitsgrad ist die dazugehörige Differentialgleichung und die dazugehörige Formulierung in Zeigerschreibweise bereits angegeben. Die beiden Gleichungen in Zeigerschreibweise sind der Ausgangspunkt für die weitere Berechnung.



a. Weisen Sie die Richtigkeit der folgenden Gleichung nach:

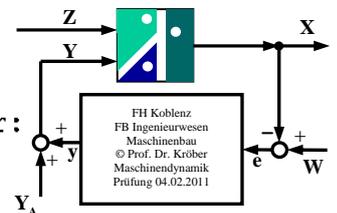
$$\hat{x}_1 = (\Delta m \cdot e \cdot \omega^2) \cdot \frac{c_2 - m_2 \omega^2}{(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2)(c_2 - m_2 \omega^2) - c_2^2}$$

b. Entwickeln Sie aus der unter a. angegebenen Gleichung eine Formel zur Berechnung der sogenannten "theoretischen" Amplitude!  
Hinweis: Lassen Sie dazu die Kreisfrequenz gegen  $\omega$  unendlich gehen.

Aufgabe 6 ( 18P )

An einem Messpunkt liegt folgender Schalldruckverlauf vor:

$$p(t) = \hat{p}_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t) + \hat{p}_2 \cdot \sin(2\pi f_2 t) + \hat{p}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t)$$



Zahlenwerte:

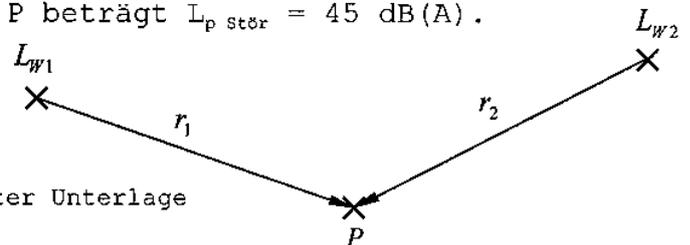
$$\hat{p}_1 = 0,4 Pa; f_1 = 500 Hz; \hat{p}_2 = 0,3 Pa; f_2 = 1000 Hz; \hat{p}_3 = 0,2 Pa; f_3 = 2000 Hz$$

- Bestimmen Sie den (unbewerteten) Effektivwert des Schalldruckes  $p_{eff}$  !
- Die oben beschriebene Schallzusammensetzung soll an einem Messpunkt in einem Industriegebiet vorliegen. Wie viele Stunden darf dieses Ereignis anhalten, damit für den Bezugsraum "tags" (16 Stunden) ein energieäquivalenter Schalldruckpegel von  $L_{eq} = 70$  dB(A) nicht überschritten wird?

Aufgabe 7 ( 12P )

An einem Punkt 1 steht eine Schallquelle mit einem Schallleistungspegel von  $L_{w1} = 100$  dB(A). Der Abstand von der Schallquelle 1 zum Messpunkt P beträgt  $r_1 = 40$  m. An einem anderen Punkt (Punkt 2) steht eine weitere Schallquelle mit einem Schallleistungspegel von  $L_{w2} = 105$  dB(A). Der Abstand von der Schallquelle 2 zum Messpunkt sei  $r_2$ . Der Umgebungspegel (Ruhepegel, Störpegel) am Messpunkt P beträgt  $L_{p\text{ stör}} = 45$  dB(A).

Beim Betrieb der Schallquellen 1 und 2 ergibt sich am Messpunkt P ein Schalldruckpegel von 65 dB(A). Wie groß ist der Abstand  $r_2$  ?



Annahme: Freifeldbedingungen auf schallharter Unterlage

Lösungen Prüfung Maschinendynamik 04.02.11 Blatt 1

$$2a1) \hat{x} = \hat{x}^1 (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \Rightarrow \hat{x}^1 = \frac{\hat{x}}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2} = \frac{1,6 \cdot 9,81}{(2 \cdot \pi \cdot 6)^2} \text{ m} = 11,044 \text{ mm}$$

$$V_2 = \frac{\hat{x}^1}{T} = \frac{11,044}{20} = 0,5522$$

$$\eta > 1: V_2 = \frac{1}{\eta^2 - 1} \Rightarrow \eta = \sqrt{\frac{1}{V_2} + 1} = \sqrt{\frac{1}{0,5522} + 1} = 1,677$$

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{\sqrt{\frac{c_{ges}}{m}}} \Rightarrow c_{ges} = m \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{\eta} \right)^2 = \frac{(0,73 + 0,37)}{1,1^2} \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot 6}{1,677} \right)^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 556,2 \text{ N/m}$$

Parallelverbindung:  $G_1 = c = \frac{c_{ges}}{2}$

$$= \frac{556,2}{2} \text{ N/m} = \underline{\underline{278,1 \text{ N/m}}}$$

$$b) c_{ges} = \frac{m \cdot g}{x_{stat}} \Rightarrow \underline{\underline{x_{stat}}} = \frac{m \cdot g}{c_{ges}} = \frac{1,1 \cdot 9,81}{556,2} \text{ m} = \underline{\underline{19,4 \text{ mm}}}$$

$$2a2) J_A \ddot{\varphi} + b_D \dot{\varphi} + G \varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{b_D}{J_A} \dot{\varphi} + \frac{G}{J_A} \varphi = 0$$

$$J_A = \frac{1}{3} (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) = \frac{1}{3} (10 \cdot 0,4^2 + 20 \cdot 0,6^2) \text{ kgm}^2 = 2,933 \dots \text{ kgm}^2$$

$$G = c \cdot l_2^2 = 4000 \cdot 0,6^2 \frac{\text{Nm}}{\text{r}} = 1440 \frac{\text{Nm}}{\text{r}}$$

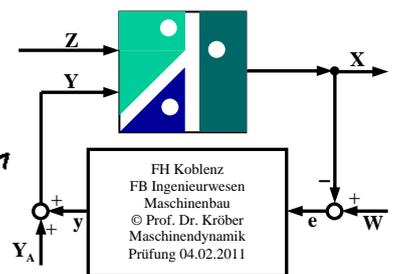
$$b_D = b \cdot l_1^2 = 400 \cdot 0,4^2 \text{ Nm} \cdot \text{s} = 64 \text{ Nm} \cdot \text{s}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G}{J_A}} = \sqrt{\frac{1440}{2,933 \dots}} \text{ s}^{-1} = 22,156 \text{ s}^{-1}$$

$$f = \frac{b_D}{2 \cdot J_A} = \frac{64}{2 \cdot 2,933 \dots} \text{ s}^{-1} = 10,909 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_d^2 = \omega_0^2 - f^2 = (22,156^2 - 10,909^2) \text{ s}^{-2} \Rightarrow \omega_d = 19,284 \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{\underline{\omega_d}} = \frac{2\pi}{T_d} \Rightarrow \underline{\underline{T_d}} = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{19,284} \text{ s} = \underline{\underline{0,3265}}$$



# Lösungen Prüfung Maschinendynamik 04.02.11 Blatt 2

zu 3, a)  $\underline{u} = \underline{\Delta m} \cdot e = 0,008 \cdot 0,005 \cdot 0,04 \cdot 7850 \cdot 0,028 \text{ kg} = \underline{3,517 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}$

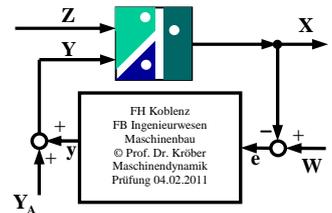
b)  $\underline{F} = \underline{\Delta m} \cdot e \cdot \omega^2 = 3,517 \cdot 10^{-4} \left( \frac{\pi \cdot 2900}{30} \right)^2 \text{ N} = \underline{32,436 \text{ N}}$

c)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{\pi \cdot n_0}{30} \Rightarrow \underline{n_0} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{7 \cdot 10^6}{19}} \text{ 1/min} = \underline{5796 \text{ 1/min}}$

d)  $\underline{x} = \frac{\underline{\Delta m} \cdot e}{m} \cdot V_3; V_3 = \frac{z^2}{1-z^2}; z = \frac{n}{n_0} = \frac{2900}{5796} = 0,5004 \approx 0,5$

$z < 1$

$$\underline{\underline{x}} = \frac{3,517 \cdot 10^{-4}}{19} \cdot \frac{0,5^2}{1-0,5^2} \text{ m} = \underline{6,17 \mu\text{m}}$$



zu 4)  $\underline{x}_{\text{res}} = \frac{\underline{\hat{y}}}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-z^2)^2 + (2\lambda z)^2}}; \underline{\hat{y}} = \underline{\hat{y}} (2\pi \cdot f)^2$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-3} (2\pi \cdot 30)^2}{(2\pi \cdot 200)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{30}{200})^2)^2 + (2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{30}{200})^2}} \text{ m} \approx \underline{45,0 \mu\text{m}}$$

$0,999975$

zu 5, a)  $m_2 (j\omega)^2 x_2 + c_2 x_2 - c_2 x_1 = 0$

$m_1 (j\omega)^2 x_1 + c_2 (x_1 - x_2) + c_1 x_1 = \underline{F}$

$$\begin{pmatrix} m_1 (j\omega)^2 + c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & m_2 (j\omega)^2 + c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} F & -c_2 \\ 0 & m_2 (j\omega)^2 + c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m_1 (j\omega)^2 + c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & m_2 (j\omega)^2 + c_2 \end{vmatrix}} = \frac{m_2 (j\omega)^2 + c_2}{(m_1 (j\omega)^2 + c_1 + c_2)(m_2 (j\omega)^2 + c_2) - c_2^2} \cdot F$$

Behauptung, ferner  $(j\omega)^2 = -\omega^2$  sowie  $\underline{\hat{F}} = \underline{\Delta m} \cdot e \cdot \omega^2$

$$\underline{\underline{x_1}} = \frac{c_2 - m_2 \omega^2}{(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2)(c_2 - m_2 \omega^2) - c_2^2} \cdot (\underline{\Delta m} \cdot e \cdot \omega^2)$$

# Lösungen Prüfung Maschinendynamik 04.02.11 Blatt 3

$$5b) \lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{x}_1 = \frac{(-i\omega_2 \omega^2)}{(-m_1 \omega^2) \cdot (-i\omega_2 \omega^2)} \cdot (\Delta m \cdot e \cdot \omega^2) = - \frac{\Delta m \cdot e}{m_1}$$

Bem.: Minuszeichen wegen 180° Phasenverschiebung

$$2a) L_{p1} = L_1 = 20 \cdot \lg \frac{\hat{p}_1 / \sqrt{2}}{p_{0eff}} = 20 \cdot \lg \frac{94 / \sqrt{2}}{20 \cdot 10^{-6}} \text{ dB} = 83,010 \text{ dB}$$

analog:  $L_2 = 20 \cdot \lg \frac{0,3 / \sqrt{2}}{20 \cdot 10^{-6}} \text{ dB} = 80,516 \text{ dB}; L_3 = \dots = 76,990 \text{ dB}$

$$L_{ps} = 10 \cdot \lg [10^{83,010} + 10^{80,516} + 10^{76,990}] \text{ dB} = 85,599 \text{ dB}$$

$$L_{ps} = 20 \cdot \lg \frac{p_{eff}}{p_{0eff}} \Rightarrow p_{eff} = p_{0eff} \cdot 10^{\frac{L_{ps}}{20}} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot 10^{\frac{85,599}{20}} = 0,3810 \text{ Pa}$$

$$b) L_1 = (83,010 - 3,2) \text{ dB(A)} = 79,810 \text{ dB(A)}; L_2 = (80,516 - 0) \text{ dB(A)} = 80,516 \text{ dB(A)}$$

$$L_3 = (76,990 + 1,2) \text{ dB(A)} = 78,199 \text{ dB(A)}$$

$$L_{ps} = 10 \cdot \lg [10^{79,810} + 10^{80,516} + 10^{78,199}] \text{ dB(A)} = 84,380 \text{ dB(A)}$$

$$10^{0,1 L_m} \cdot T_m = 10^{0,1 L_1} \cdot T_1 \Rightarrow T_1 = T_m \cdot 10^{0,1(L_m - L_1)} = 16 \mu \text{s} \cdot 10^{0,1(70 - 84,380)} = 0,584 \mu \text{s}$$

$$2a) L_{p1} = L_{w1} - 8 \text{ dB} - 20 \cdot \lg r_1 = (100 - 8 - 20 \cdot \lg 40) \text{ dB(A)} = 59,959 \text{ dB(A)}$$

$$10^{0,1 L_{\Sigma}} = 10^{0,1 L_{\text{Hör}}} + 10^{0,1 L_{p1}} + 10^{0,1 L_{p2}}$$

$$L_{p2} = 10 \cdot \lg [10^{0,1 L_{\Sigma}} - 10^{0,1 L_{\text{Hör}}} - 10^{0,1 L_{p1}}]$$

$$= 10 \cdot \lg [10^{6,5} - 10^{4,5} - 10^{5,9959}] \text{ dB(A)}$$

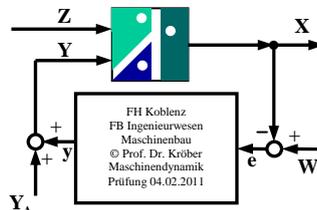
$$= 63,304 \text{ dB(A)}$$

$$L_{p2} = L_{w2} - 8 \text{ dB} - 20 \cdot \lg r_2$$

$$20 \cdot \lg r_2 = L_{w2} - 8 \text{ dB} - L_{p2}$$

$$r_2 = 10^{\frac{L_{w2} - 8 \text{ dB} - L_{p2}}{20}} \text{ m} = 10$$

$$\underline{v_2 = 48,40 \text{ m/s}}$$



$$\frac{105 - 8 - 63,304}{20} \text{ m}$$