Fachhochschule Koblenz   Blatt 1 von 3
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau   SS 08

Name ____________________

Matr.-Nr. ____________________

Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 26.09.2008

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

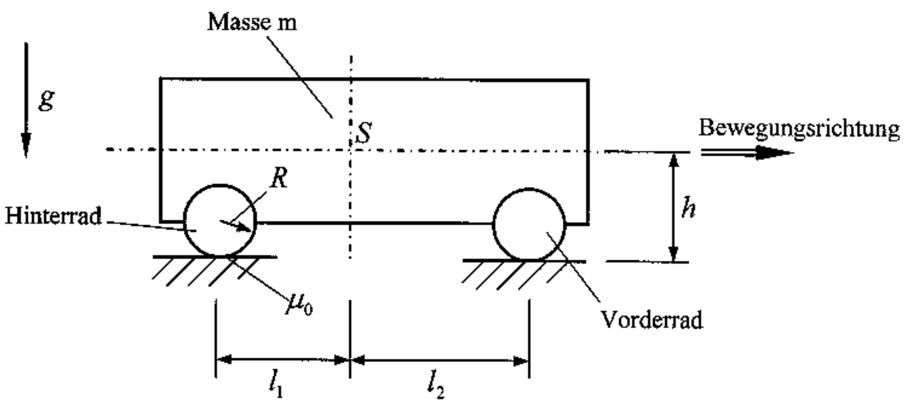
Note : ____________________

Erlaubte Hilfsmittel:
- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter *oder* alle Blätter)

Aufgabe 1 (14P)

Das idealisiert abgebildete Fahrzeug (Hinterradantrieb) soll aus dem Stand nach rechts beschleunigen. Der Hebelarm der Rollreibung ist gleich Null.

Geg.: m, g, h, l_1, l_2, R, μ_0



a. Wie groß muss die Beschleunigung sein, damit das Vorderrad gerade abhebt?

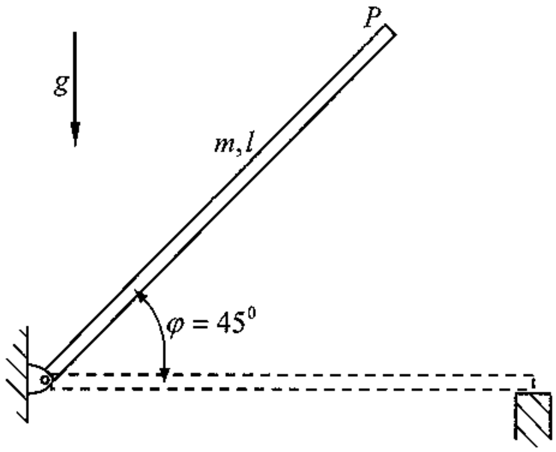
b. Wie groß muss dazu das Antriebsmoment an der Hinterachse sein?

c. Welcher Haftreibungskoeffizient μ_0 ist erforderlich?

Bem.: Lösung stets formelmäßig in Abhängigkeit der gegebenen Größen.

Aufgabe 2 (24P)

Ein homogener, dünner Stab der Länge l wird unter einem Winkel von 45 Grad gegenüber der Horizontalen losgelassen. Wenig später schlägt er in horizontaler Stellung auf den skizzierten Anschlag auf.



a. Wie groß ist die Winkelbeschleunigung unmittelbar nach dem Beginn der Abwärtsbewegung?

b. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit kurz vor dem Aufschlag?

c. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Punktes P kurz vor dem Aufschlag?

d. Wie groß ist der Drall/Drehimpuls L (bezogen auf das Gelenk) kurz vor dem Anschlag?

e. Wie groß sind die einzelnen Terme der Beschleunigung des Punktes P unmittelbar nach dem Beginn der Abwärtsbewegung?
   Bem.: Ergebnisse sind zu begründen, nicht nur z.B. hinschreiben: Term ist gleich Null oder so ähnlich.
   Konkretisierung der Fragestellung:
   Gefragt sind die Terme in der Gleichung $\vec{a} = (\ddot{r} - r\cdot\dot{\varphi}^2)\cdot\vec{e_r} + (r\cdot\ddot{\varphi} + 2\cdot\dot{r}\cdot\dot{\varphi})\cdot\vec{e_\varphi}$.

   also: $(\ddot{r})\cdot\vec{e_r} = ?$

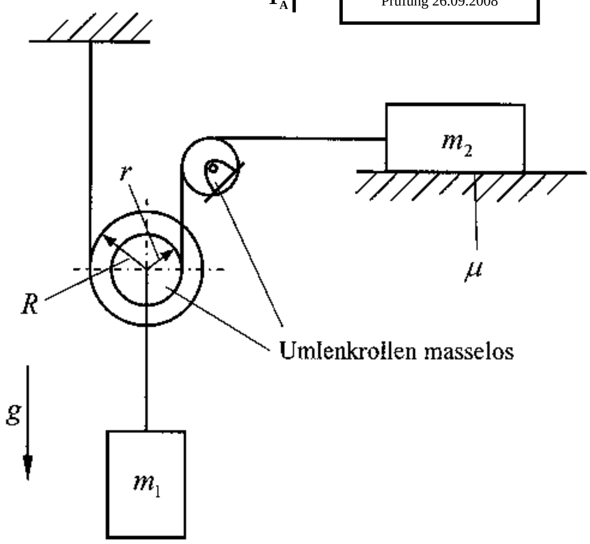
   $(-r\cdot\dot{\varphi}^2)\cdot\vec{e_r} = ?$

   $(r\cdot\ddot{\varphi})\cdot\vec{e_\varphi} = ?$

   $(2\cdot\dot{r}\cdot\dot{\varphi})\cdot\vec{e_\varphi} = ?$

Aufgabe 3 (20P)

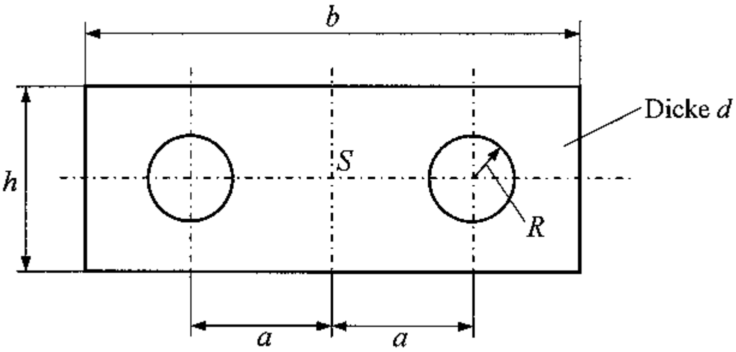
Bestimmen Sie die Abwärtsbeschleunigung der Masse m_1!

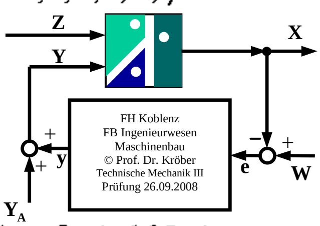


Aufgabe 4 (10P)

Die Abbildung zeigt ein Blech mit zwei Bohrungen. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment J_S (Drehachse senkrecht zur Zeichenebene) in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.: b, h, d, a, R, ρ

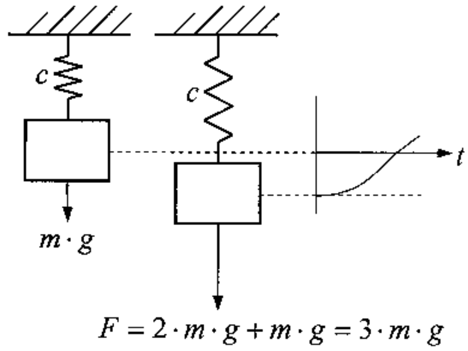




Aufgabe 5 (18P)

An einer Feder hängt eine Masse m. Dann wird mit einer zusätzlichen Kraft die Masse nach unten ausgelenkt. Diese zusätzliche Kraft ist doppelt so groß wie die Gewichtskraft der Masse. Dann wird diese zusätzliche Kraft wieder entfernt. Danach beginnt das System um seine statische Ruhelage zu schwingen.

Geg.: m = 2 kg; c = 20000 N/m; g = 9,81 m/s^2



a. Nach welcher Zeit erreicht es die statische Ruhelage?

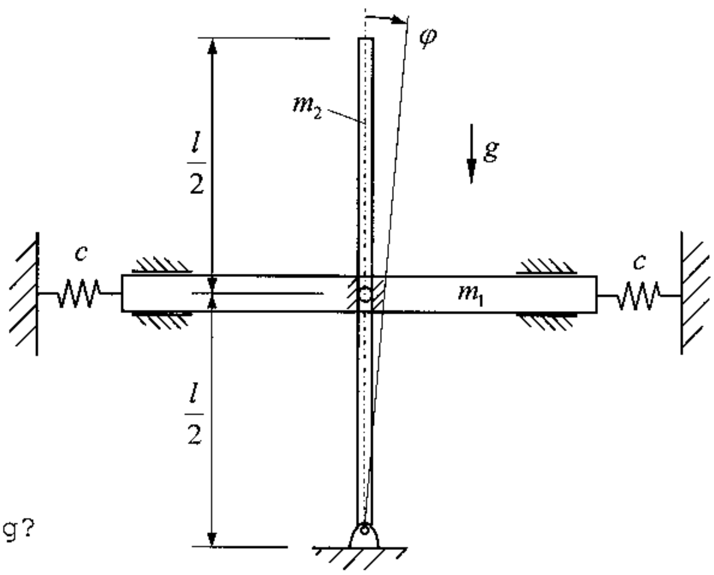
b. Wie groß ist die kinetische Energie beim Durchgang durch diese statische Ruhelage?

c. Wie groß ist die potentielle Energie in der Feder beim Durchgang durch die Ruhelage?

d. Nach welcher Zeit wird die Kraft in der Feder gleich Null?

Aufgabe 6 (14P)

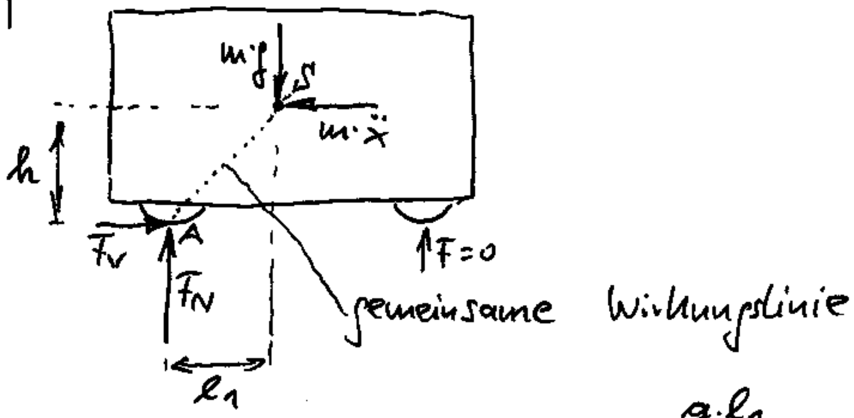
Bei dem abgebildeten System kann die federzentrierte Masse m_1 Horizontalschwingungen ausführen. Durch die Kopplung führt die Masse m_2 (dünner Stab) gleichzeitig Drehschwingungen aus.



a. Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz für den Fall, dass die Erdbeschleunigung g nicht berücksichtigt wird!
(kleine Auslenkungen)

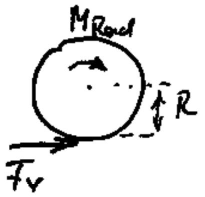
b. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz mit Berücksichtigung der Erdbeschleunigung g?
(kleine Auslenkungen)

zu 1, a)

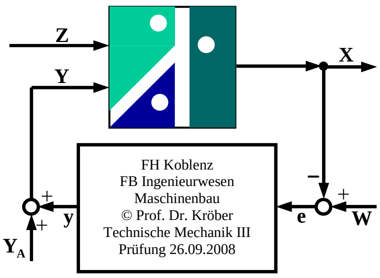


$$\sum M_A: \quad \cancel{m}\cdot g \cdot l_1 = \cancel{m}\cdot \ddot{x}\cdot h \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\ddot{x} = \frac{g\cdot l_1}{h}}}$$

b) Teilsystem Rad:



$$M_{Rad} = F_V \cdot R$$



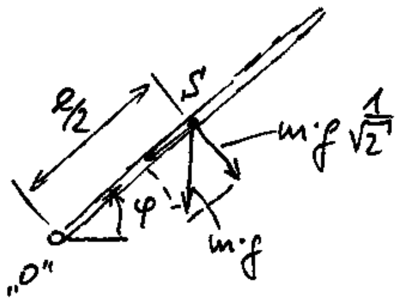
Kräftebilanz horizontal (Gesamtsystem): $F_V = m\cdot\ddot{x}$

eingesetzt: $\underline{\underline{M_{Rad}}} = m\cdot\ddot{x}\cdot R = \underline{\underline{m\,\frac{g\cdot l_1}{h}\cdot R}}$

c) $\mu_0 = \dfrac{F_{Reib}}{F_N} = \dfrac{F_V}{F_N} = \dfrac{\cancel{m}\cdot\ddot{x}}{\cancel{m}\cdot g}$ ← Kräftebilanz vertikal (Gesamtsystem)

$$= \frac{\frac{g\cdot l_1}{h}}{g} = \underline{\underline{\frac{l_1}{h}}}$$

zu 2, a) Drallsatz



$$J_0\,\ddot{\varphi} = -\,m\cdot g\,\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{l}{2}\;;\; J_0 = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\frac{1}{3}\cancel{m}l^{\cancel{2}}\ddot{\varphi} = -\cancel{m}\cdot g\,\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\cancel{l}}{2}$$

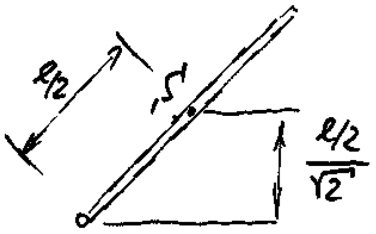
$$\ddot{\varphi} = -\,\frac{g}{l}\,\frac{3}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\underline{\ddot{\varphi} = -\,\frac{3}{4}\sqrt{2}\,\frac{g}{l}}}$$

Bem.: Minuszeichen
→ nach unten

Lösungen Prüfung Techn. Mechanik III 26.09.08 Blatt 2

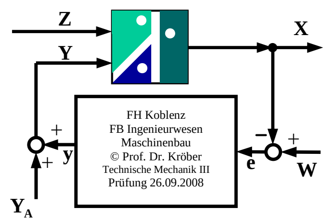
zu 2, b) Energieerhaltung



$$m\cdot g\cdot \frac{\ell/2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} J_0\omega^2 ;\quad J_0=\frac{1}{3} m\ell^2$$

$$\cancel{m}\cdot g\,\frac{\ell}{\cancel{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{3}\cancel{m}\,\ell^{\cancel{2}}\omega^2$$

$$\frac{g}{\sqrt{2}} = \frac{\ell}{3}\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3\cdot g}{\sqrt{2}\cdot\ell}}$$



c) $v=\omega\cdot\ell = \sqrt{\frac{3\cdot g\cdot\ell}{\sqrt{2}}}$

d) $L = J\cdot\omega = \frac{1}{3} m\ell^2\sqrt{\frac{3\cdot g}{\sqrt{2}\,\ell}} = m\cdot\ell\sqrt{\frac{g\cdot\ell}{3\cdot\sqrt{2}}}$

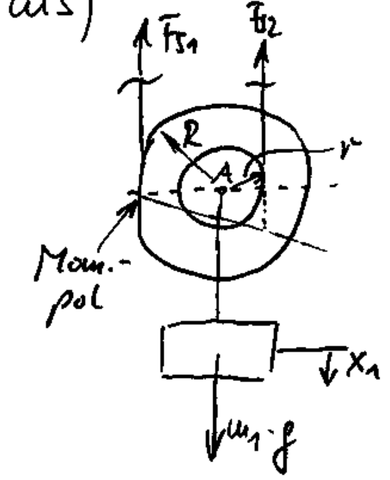
e) $(\ddot r)\vec{e_r}$: $\ddot r = 0$, weil ℓ = konst → Term gleich Null

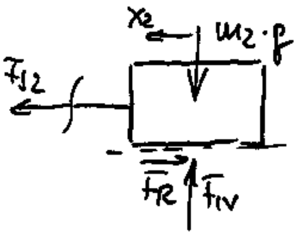
$(-r\dot\varphi^2)\vec{e_r}$: $\dot\varphi = 0$ (Abwärtsbewegung beginnt erst) → Term gleich Null

$(r\ddot\varphi)\vec{e_\varphi} = \ell\left(-\frac{3}{4}\sqrt{2}\,\frac{g}{\ell}\right)\vec{e_\varphi} = -\frac{3}{4}\sqrt{2}\cdot g\,\vec{e_\varphi}$; in Umfangsrichtung, abwärts

$(2\dot r\cdot\dot\varphi)\vec{e_\varphi}$: $\dot r = 0$ und $\dot\varphi = 0$ → Term gleich Null

zu 3)





$F_N = m_2\cdot g$

$F_R = \mu\cdot F_N$

$m_2\ddot x_2 = F_{S2} - F_R$

$$F_{S2} = m_2\ddot x_2 + \mu\cdot m_2\cdot g \quad (3)$$

$$m_1\ddot x_1 = m_1\cdot g - F_{S1} - F_{S2} \quad (1)$$

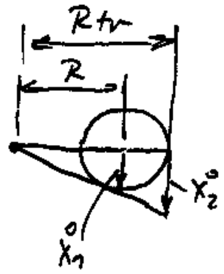
Momentenbilanz A:

$F_{S1}\cdot R = F_{S2}\cdot r$ $(J=0)$

$$F_{S1} = F_{S2}\cdot\frac{r}{R} \quad (2)$$

Momentanpol: $\frac{\dot x_1}{R} = \frac{\dot x_2}{R+r}$

$$\Rightarrow \ddot x_2 = \ddot x_1\,\frac{R+r}{R} \quad (4)$$



Lösungen Prüfung Techn. Mechanik III 26.09.08 Blatt 3

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 26.09.2008

noch zu 3)

(2) in (1):

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g - F_{S2}\frac{r}{R} - F_{S2} = m_1 \cdot g - F_{S2}\left(1+\frac{r}{R}\right)$$

(3) eingesetzt:

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g - \left(m_2 \ddot{x}_2 + \mu m_2 \cdot g\right)\left(1+\frac{r}{R}\right)$$

(4) eingesetzt:

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g - \left(m_2 \ddot{x}_1 \frac{R+r}{R} + \mu m_2 \cdot g\right)\left(\frac{R+r}{R}\right)$$

$$\ddot{x}_1\left(m_1 + m_2\left(\frac{R+r}{R}\right)^2\right) = m_1 \cdot g - \mu m_2 \cdot g\left(\frac{R+r}{R}\right)$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{m_1 - \mu \cdot m_2\left(\frac{R+r}{R}\right)}{m_1 + m_2\left(\frac{R+r}{R}\right)^2} \cdot g$$

zu 4) $J_S = \frac{1}{12} m_{Blech}\left(b^2+h^2\right) - 2\left[m_{Bohr} \cdot \frac{R^2}{2} + m_{Bohr} \cdot a^2\right]$

$m_{Blech} = b \cdot h \cdot d \cdot \rho$; $m_{Bohr} = R^2 \cdot \pi \, d \cdot \rho$

also:

$$J_S = \frac{1}{12} b \cdot h \cdot d \cdot \rho\left(b^2+h^2\right) - 2 \cdot R^2 \cdot \pi \cdot d \cdot \rho\left(\frac{R^2}{2}+a^2\right)$$

$$= d \cdot \rho\left[\frac{1}{12} b \cdot h\left(b^2+h^2\right) - R^2 \pi\left(R^2+2a^2\right)\right]$$

zu 5, a) $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$; $t = \frac{T_0}{4}$ (Viertelperiode)

$$t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{c}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2}{20000}}\,s = 15{,}71\,ms$$

b) $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$; $v = \omega_0 \cdot \hat{x}$; $\hat{x} = \frac{F}{c} = \frac{2 \cdot m \cdot g}{c}$ (Ampl. der Schwingung)

$$\hat{x} = \frac{2 \cdot m \cdot g}{c} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 9{,}81}{20000}\,m = 1{,}962 \cdot 10^{-3}\,m$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{20000}{2}}\,s^{-1} = 100\,s^{-1}$$

$$v = \omega_0 \cdot \hat{x} = 100\,s^{-1} \cdot 1{,}962 \cdot 10^{-3}\,m/s = 0{,}1962\,m/s$$

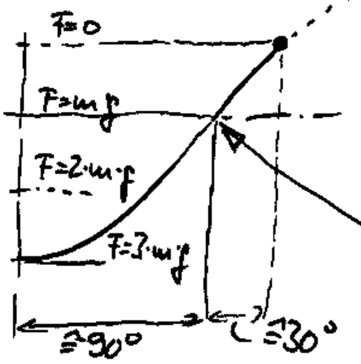
$$E_{kin} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{2}{2} \cdot 0{,}1962^2\,J = 0{,}0385\,J$$

Lösungen Prüfung Techn. Mechanik III 26.09.08 Blatt 4

zu 5,c) $f_{stat} = \frac{m\cdot g}{c} = \frac{2\cdot 9{,}81}{20000}\,m = 0{,}981\cdot 10^{-3}\,m \quad \left(= \frac{\hat{x}}{2}\right)$

$$\underline{\underline{E_{pot}}} = \frac{1}{2} c\cdot f_{stat}^2 = \frac{1}{2}\, 20000\cdot\left(0{,}981\cdot 10^{-3}\right)^2 J = \underline{\underline{9{,}624\cdot 10^{-3}\,J}}$$

d)



Bem.: $\sin 30° = \frac{1}{2}$

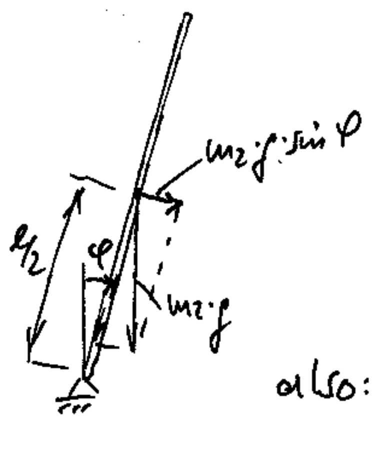
also: $\underline{\underline{t}} = \frac{4}{3}\cdot 15{,}71\,ms = \underline{\underline{20{,}9\,ms}}$

Bem.:
vgl. Prüfung Maschinendynamik
WS 05/06 Aufgabe 1

zu 6,a) $\omega_0^2 = \frac{\Sigma c_D}{J_{0ges}} = \frac{\overbrace{2}^{\text{Parallelschaltung}}\cdot c\left(\frac{\cancel{l}}{2}\right)^2}{\frac{1}{3} m_2 \cancel{l^2} + m_1\left(\frac{\cancel{l}}{2}\right)^2}$

$$= \frac{c/2}{\frac{m_2}{3} + \frac{m_1}{4}} = \frac{c}{\frac{m_1}{2} + \frac{2}{3} m_2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\frac{m_1}{2} + \frac{2}{3} m_2}}}}$$

b) zusätzliche Drehsteifigkeit, nicht rückstellend



$M = m_2\cdot g\cdot \sin\varphi\cdot \frac{l}{2} \qquad \sin\varphi \approx \varphi \quad (|\varphi| \ll 1)$

$M = m_2\cdot g\cdot \frac{l}{2}\cdot\varphi$

$c_D = \frac{\Delta M}{\Delta\varphi} = m_2\cdot g\cdot\frac{l}{2}$

also: $\omega_0^2 = \frac{2\cdot c\left(\frac{l}{2}\right)^2 - m_2\cdot g\cdot\frac{l}{2}}{\frac{1}{3} m_2 l^2 + m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} c l - \frac{1}{2} m_2 g}{\frac{1}{3} m_2 l + \frac{1}{4} m_1 l}$

$$= \frac{c l - m_2\cdot g}{\left(\frac{m_1}{2} + \frac{2}{3} m_2\right) l}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{c l - m_2\cdot g}{\left(\frac{m_1}{2} + \frac{2}{3} m_2\right) l}}}}$$