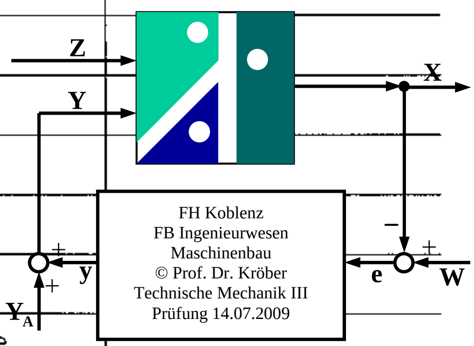
Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 3
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau SS 09

Name ____________________

Matr.-Nr. ____________________

Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	



Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Note : ____________________

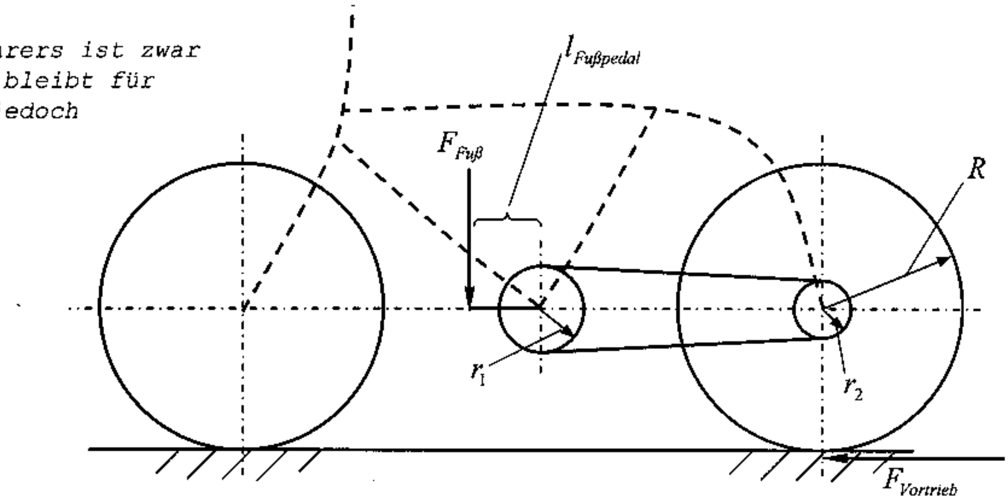
Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter *oder* alle Blätter)

Aufgabe 1 (13P)

Die Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Fahrrades. Um eine Beschleunigung zu erzielen, wirkt auf das Pedal eine vertikale Fußkraft ($F_{Fuß}$).
Geg.: $F_{Fuß}$ = 210 N; $l_{Fußpedal}$ = 180 mm; r_1 = 90 mm; r_2 = 50 mm; R = 350 mm

Die Masse des Radfahrers ist zwar nicht unwesentlich, bleibt für unsere Betrachtung jedoch außer Acht.

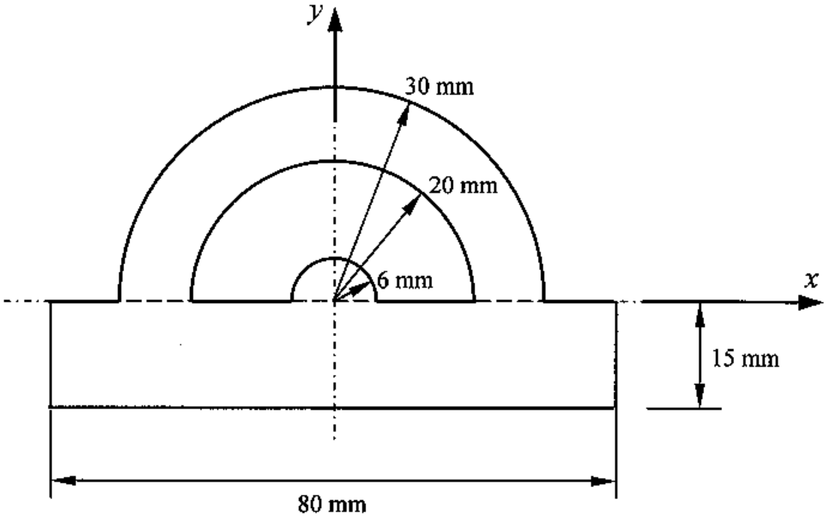


a. Bestimmen Sie die Zugkraft in der Kette sowie die Umfangskraft am Hinterreifen ($F_{Vortrieb}$)!
Hinweis/Tipp (nur) zu a.(ohne Beweis): Zur Ermittlung der Kraft $F_{Vortrieb}$ kann man so vorgehen, als ob das hintere Rad masselos ist und dafür das vordere Rad die doppelte Massenwirkung besitzt.

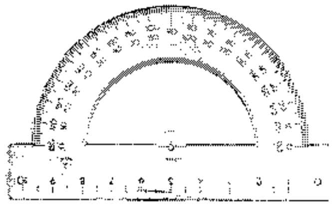
b. Für die Berücksichtigung der rotierenden Massenwirkungen werden nur die Massenwirkungen der beiden Räder betrachtet. Beide Räder können als gleich angesehen werden. Die Masse eines Rades beträgt m_{Rad} = 1 kg. Zur Berechnung des Massenträgheitsmomentes des Rades kann vereinfacht davon ausgegangen werden, dass die gesamte Radmasse am Umfang des Reifens angeordnet ist. Die Gesamtmasse des Fahrrades (incl. der Räder) sei m_{ges} = 18kg. Der Luftwiderstand und andere Fahrwiderstände werden vernachlässigt. Welche translatorische Beschleunigung lässt sich bei den gegebenen Kräften erzielen?

Aufgabe 2 (20P)

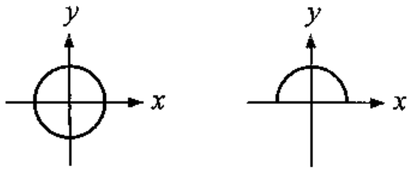
Von dem Winkelmesser ist das Massenträgheitsmoment J_z zu bestimmen. Die z-Achse ist eine Drehachse senkrecht zur Zeichenebene und geht durch den Mittelpunkt der Kreissegmente (x=0; y=0). Die Dichte des Winkelmessers sei 900 kg/m^3. Die Dicke beträgt 2 mm und sei konstant.



Prinzip:
(es gelten die Maße in der nebenstehenden Skizze)



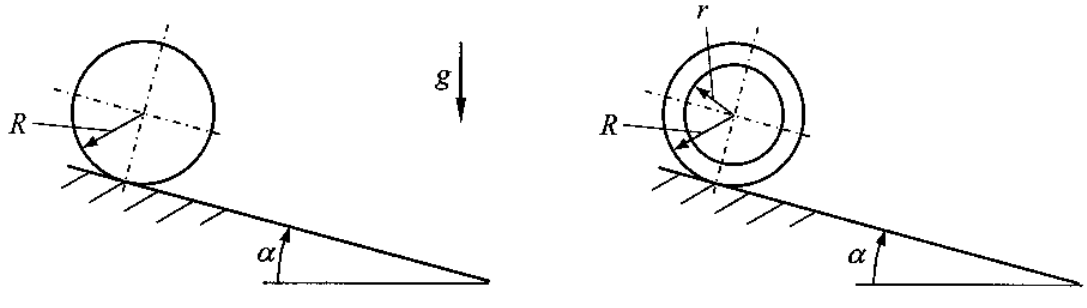
Hilfestellung:
Aus Symmetriegründen ist das Massenträgheitsmoment J_z des unten abgebildeten rechten Körpers halb so groß wie das Massenträgheitsmoment des linken Körpers. Gleiches gilt auch für Hohlzylinder.



Aufgabe 3 (20P)

Im linken Bild ist ein Vollzylinder dargestellt. Er ist aus Aluminium hergestellt. Im rechten Bild ist ein Hohlzylinder dargestellt. Er ist aus Stahl hergestellt. Die Masse des Vollzylinders ist gleich der Masse des Hohlzylinders. Die Außenradien R sind ebenfalls gleich groß.
Der erforderliche Haftreibungskoeffizient ist so groß, das die Körper nicht rutschen. Der Hebelarm der Rollreibung wird vernachlässigt.

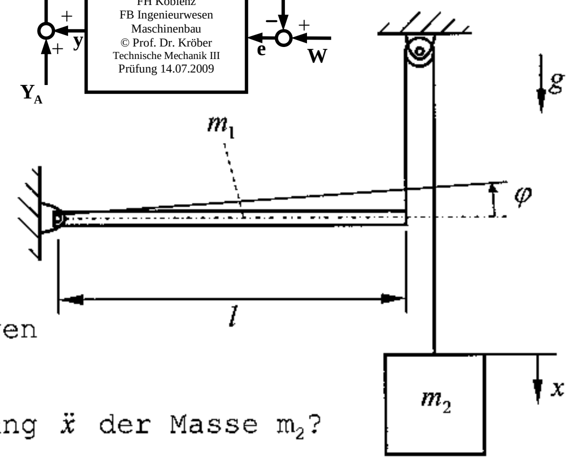
Geg.: $\alpha = 15^0$; g = 9,81 m/s^2 ; m = 265 g; R = 25 mm; r = 20,25 mm



a. Wie groß ist die Abwärtsbeschleunigung des Vollzylinders und die Abwärtsbeschleunigung des Hohlzylinders?

b. Beide Zylinder werden aus der Ruhelage losgelassen. Der schnellere Vollzylinder rollt auf der schiefen Ebene eine Wegstrecke von 1 m. Welche Wegstrecke hat der Hohlzylinder in der gleichen Zeit zurückgelegt?

Aufgabe 4 (20P)



Das abgebildete System besteht aus einer horizontal angeordneten dünnen Stange der Masse m_1. Am rechten Ende der Stange ist ein Seil befestigt. An dem anderen Ende des Seiles hängt eine Masse m_2. Die Masse des Seils wird vernachlässigt. Die Massenwirkung der Umlenkrolle wird ebenfalls vernachlässigt. Bem.: kleine Auslenkungen
Geg.: m_1, m_2, l, g

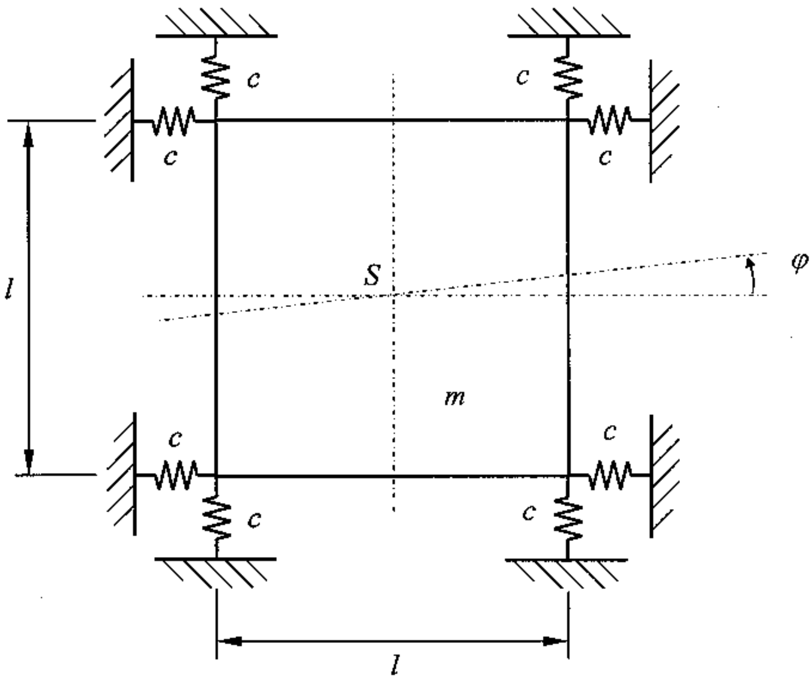
a. Wie groß ist die Abwärtsbeschleunigung $\ddot{x}$ der Masse m_2?
b. Wie groß ist die Seilkraft?

Aufgabe 5 (15P)

Das Massenträgheitsmoment der Erregerwelle einer 10 t Vibrationswalze beträgt J = 4 kgm^2. Die Welle wird von einem Hydraulikmotor angetrieben. Das installierte hydraulische Antriebsmoment beträgt M = 250 Nm (sei bei Hochlauf konstant). Untersucht werden soll der Hochlauf der Welle aus dem Stillstand (Reibungsverluste etc. werden vernachlässigt).

a. Nach welcher Zeit erreicht die Welle die Enddrehzahl (Frequenz) von f = 30 Hz?
b. Wie oft hat sich die Welle während des Hochlaufes gedreht?
c. Welche Arbeit wird vom Hydraulikmotor während des Hochlaufes verrichtet?
d. Wie groß ist die erforderliche Antriebsleistung kurz vor Ende des Hochlaufes?

Aufgabe 6 (12P)



Die quadratische Platte mit der Masse m und der Kantenlänge l soll zunächst hinsichtlich des Freiheitsgrades für Drehschwingungen untersucht werden.

Gegeben sind die Größen m, l und c.

Das Schwingungsverhalten kann durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden (kleine Auslenkungen):

$$J_S \cdot \ddot{\varphi} + c_D \cdot \varphi = 0$$

a. Bestimmen Sie die Terme J_S und c_D in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
b. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 (Drehschwingungen)?
c. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 für vertikale bzw. horizontale Schwingungen (kleine Auslenkungen)?

Lösungen Prüfung TM III vom 14.07.09 Blatt 1

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 14.07.2009

zu 1, a) $F_{Fuß} \cdot l_{Fußpedal} = F_{Kette} \cdot r_1$ (Zug oben in Kette)

$$\underline{\underline{F_{Kette}}} = F_{Fuß} \frac{l_{Fußpedal}}{r_1} = 210\,N \, \frac{180\,mm}{90\,mm} = \underline{\underline{420\,N}}$$

$$F_{Kette} \cdot r_2 = F_{Vortrieb} \cdot R$$

$$\underline{\underline{F_{Vortrieb}}} = F_V = F_{Kette} \frac{r_2}{R} = 420\,N \, \frac{50\,mm}{350\,mm} = \underline{\underline{60\,N}}$$

b) $$\frac{1}{2} m_{ers} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \underbrace{(m_{ges} - 2 \cdot \cancel{m_{Rad}})}_{m_{Rahmen}} \cdot v^2 + 2\left[\frac{1}{2} \cancel{m_{Rad}} \cdot v^2 + \frac{1}{2} J_S \omega^2\right]$$

$$= \frac{1}{2} m_{ges} \cdot v^2 + 2\left[\frac{1}{2} J_S \omega^2\right]; \; J_S = m_{Rad} \cdot R^2$$

$$= \frac{1}{2} m_{ges} \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_{Rad} \cdot \underbrace{R^2 \omega^2}_{v^2}$$

$$\frac{1}{2} m_{ers} \cdot v^2 = \frac{1}{2} m_{ges} \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_{Rad} \cdot v^2$$

$$m_{ers} = m_{ges} + 2 \cdot m_{Rad} = (18 + 2 \cdot 1)\,kg = 20\,kg$$

$$\underline{\underline{a}} = \frac{F_{Vortrieb}}{m_{ers}} = \frac{60\,N}{20\,kg} = \underline{\underline{3\,m/s^2}}$$

Detailalternative:
Welche reduzierte Masse entspricht der Massenträgheit eines rotierenden Rades?

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v^2 = \frac{1}{2} J_S \omega^2 \; ; \; J_S = m_{Rad} \cdot R^2$$

$$= \frac{1}{2} m_{Rad} \cdot \underbrace{R^2 \cdot \omega^2}_{v^2}$$

$$\frac{1}{2} m_{red} \cdot v^2 = \frac{1}{2} m_{Rad} \cdot v^2 \Rightarrow m_{red} = m_{Rad} = 1\,kg$$

2 Räder → 2 kg ; also 18 kg + 2 kg = 20 kg

Lösungen Prüfung TM III vom 14.07.09 Blatt 2

zu 2)

$$J_z = \left\{ \frac{1}{2}\left[\pi\left(0{,}03^2 - 0{,}02^2\right)\cdot 0{,}002\cdot 900\;\frac{0{,}03^2+0{,}02^2}{2}\right]\right.$$

nur obere Hälfte

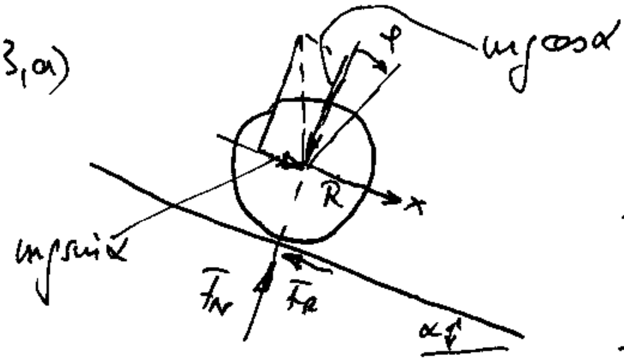
$$+\frac{1}{2}\left[\pi\; 0{,}006^2\cdot 0{,}002\cdot 900\;\frac{0{,}006^2}{2}\right]$$

$$\left. +0{,}08\cdot 0{,}015\cdot 0{,}002\cdot 900\left[\frac{1}{12}\left(0{,}08^2+0{,}015^2\right)+\left(\frac{0{,}015}{2}\right)^2\right]\right\}\mathrm{kgm}^2$$

$$=\left(918{,}9\cdot 10^{-9} + 1{,}8\cdot 10^{-9} + 1314\cdot 10^{-9}\right)\mathrm{kgm}^2$$

$$\underline{\underline{J_z = 2{,}235\cdot 10^{-6}\,\mathrm{kgm}^2}}$$

zu 3, a)



$$m\ddot{x} = mg\cdot\sin\alpha - F_R$$

$$J_S\ddot{\varphi} = F_R\cdot R$$

$$J_S\ddot{\varphi} = \left(mg\sin\alpha - m\ddot{x}\right)R;\quad \ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{R}$$

$$J_S\frac{\ddot{x}}{R} = \left(m\cdot g\cdot\sin\alpha - m\ddot{x}\right)R \;\Big|\cdot\frac{1}{R}$$

$$\ddot{x}\left(\frac{J_S}{R^2}+m\right) = m\cdot g\cdot\sin\alpha$$

$$\underline{\underline{\ddot{x} = \frac{m\cdot g\cdot\sin\alpha}{m+\frac{J_S}{R^2}}}}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 14.07.2009

Vollzylinder: $J_S = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}265\cdot 0{,}025^2\,\mathrm{kgm}^2 = 82{,}81\cdot 10^{-6}\,\mathrm{kgm}^2$

Hohlzylinder: $J_S = \frac{1}{2}m\left(R^2+r^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 0{,}265\left(0{,}025^2+0{,}02025^2\right)\mathrm{kgm}^2 = 137{,}14\cdot 10^{-6}\,\mathrm{kgm}^2$

$$\underline{\underline{\ddot{x}_{voll}}} = \frac{0{,}265\cdot 9{,}81\cdot\sin 15^\circ}{\frac{82{,}81\cdot 10^{-6}}{0{,}025^2}+0{,}265}\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1{,}693\,\mathrm{m/s^2}}}\quad\left(=\frac{2}{3}\,g\cdot\sin\alpha\right)$$

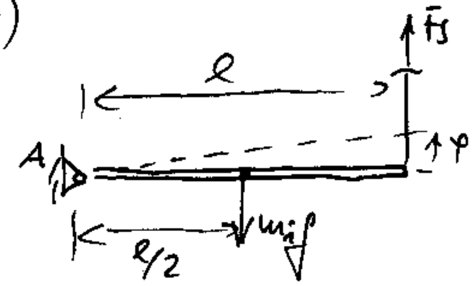
$$\underline{\underline{\ddot{x}_{Hohl}}} = \frac{0{,}265\cdot 9{,}81\cdot\sin 15^\circ}{\frac{137{,}14\cdot 10^{-6}}{0{,}025^2}+0{,}265}\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1{,}389\,\mathrm{m/s^2}}}\quad\left(=\frac{2\cdot g\cdot\sin\alpha}{3+\left(\frac{r}{R}\right)^2}\right)$$

Lösungen Prüfung TM III vom 14.07.09 Blatt 3

3,b) $s = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{1{,}693}}\,s = 1{,}087\,s$

$$s_{Stahl} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}389 \cdot 1{,}087^2\,m = \underline{\underline{0{,}8205\,m}}$$

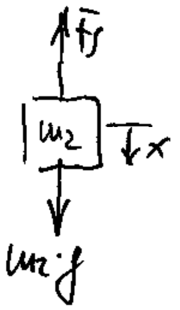
m4)



$$J_A \cdot \ddot\varphi = F_S \cdot l - m_1 g \cdot \frac{l}{2} \; ; \; J_A = \frac{1}{3} m_1 l^2$$

$$\frac{1}{3} m_1 l^{\cancel{2}} \ddot\varphi = F_S \cdot \cancel{l} - \frac{1}{2} m_1 g \cancel{l}$$

$$F_S = \frac{1}{3} m_1 l \ddot\varphi + \frac{1}{2} m_1 g$$



$$m_2 \ddot x = m_2 \cdot g - F_S$$

$$m_2 \ddot x = m_2 \cdot g - \frac{1}{3} m_1 \underbrace{l \ddot\varphi}_{\ddot x} - \frac{1}{2} m_1 \cdot g$$

$$\ddot x \left(m_2 + \frac{m_1}{3}\right) = \left(m_2 - \frac{m_1}{2}\right) \cdot g$$

$$\underline{\underline{\ddot x = \frac{m_2 - \frac{m_1}{2}}{m_2 + \frac{m_1}{3}} \cdot g}}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 14.07.2009

$$F_S = m_2 \cdot g - m_2 \ddot x = m_2 \cdot g - m_2 \frac{m_2 - \frac{m_1}{2}}{m_2 + \frac{m_1}{3}} \cdot g = m_2 \cdot g \left(1 - \frac{m_2 - \frac{m_1}{2}}{m_2 + \frac{m_1}{3}}\right)$$

$$= m_2 \cdot g \, \frac{\cancel{m_2} + \frac{m_1}{3} - \cancel{m_2} + \frac{m_1}{2}}{m_2 + \frac{m_1}{3}} = m_2 \cdot g \, \frac{\frac{5}{6} m_1}{m_2 + \frac{m_1}{3}} = \underline{\underline{\frac{5 m_1 m_2}{2(m_1 + 3 m_2)} g}}$$

Lösungen Prüfung TM III vom 14.07.09 Blatt 4

zu 5, a) $J\ddot{\varphi} = M$

$$J\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = M \Rightarrow \Delta t = \frac{J\cdot\Delta\omega}{M} = \frac{J\cdot 2\cdot\pi\cdot\Delta f}{M} = \frac{4\cdot 2\cdot\pi\cdot 30}{250}\,s$$

$$= \underline{\underline{3{,}016\,s}}$$

Bem.: $\ddot{\varphi} = \frac{M}{J} = \alpha = \text{konst}$

b) $\alpha = \ddot{\varphi} = \frac{M}{J} = \frac{250}{4}\,s^{-2} = 62{,}5\,s^{-2}$

$$s = \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow \varphi = \frac{\alpha}{2}t^2 = \frac{62{,}5}{2}\cdot 3{,}016^2\,(\text{rad}) = 284{,}245\,(\text{rad})$$

Anzahl Umdrehungen $= \frac{284{,}245}{2\cdot\pi} = \underline{\underline{45{,}24}}$

c) $\underline{\underline{W}} = M\cdot\varphi = 250\cdot 284{,}245\,Nm = \underline{\underline{71{,}06\,kJ}}$

Bem.: oder auch $W_{12} = \Delta E_{kin} = \frac{J}{2}\omega^2 = \frac{4}{2}(2\cdot\pi\cdot 30)^2\,J = 71{,}06\,kJ$

d) $\underline{\underline{P}} = M\cdot\omega = 250\cdot 2\cdot\pi\cdot 30\,W = \underline{\underline{47{,}12\,kW}}$

zu 6, a) $J_S = \frac{1}{12}m(l^2+l^2) = \underline{\underline{\frac{1}{6}ml^2}}$

$$c_D = 8\left(c\left(\frac{l}{2}\right)^2\right) = \underline{\underline{2\cdot c\cdot l^2}}$$ (8 Federn parallel)

↑ senkrechter Abstand

b) $\underline{\underline{\omega_{0\,Dreh}}} = \sqrt{\frac{c_D}{J_S}} = \sqrt{\frac{2\cdot c\cdot\cancel{l^2}}{\frac{1}{6}m\cdot\cancel{l^2}}} = \underbrace{\sqrt{12}}_{\approx 3{,}464}\cdot\underline{\underline{\sqrt{\frac{c}{m}}}}$

c) 4 Federn parallel

$$\underline{\underline{\omega_{0\,trans}}} = \sqrt{\frac{4c}{m}} = \underline{\underline{2\cdot\sqrt{\frac{c}{m}}}}$$