

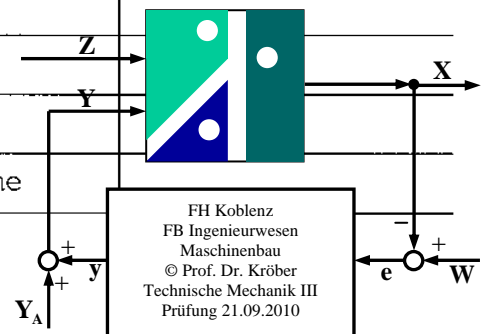
Technische Mechanik III  
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Note : \_\_\_\_\_

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Summe	



Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung Technische Mechanik III ( 5 Blätter )
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."

Aufgabe 1 ( 17P )

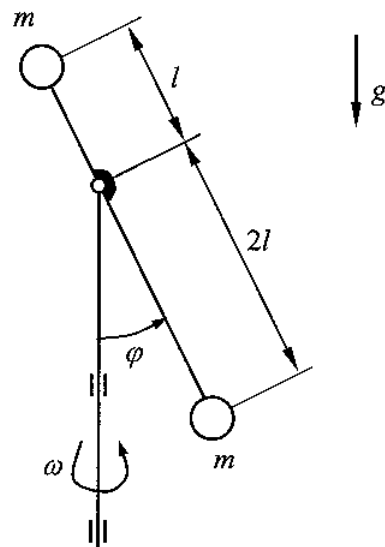
Die Abbildung zeigt ein abgewandeltes sogenanntes Fliehkraftpendel. Das System dreht mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die vertikale Achse. Betrachtet werden die Wirkungen der beiden Punktmassen  $m$ . Das Verbindungsgestänge zwischen den beiden Punktmassen ist starr. Die Massenwirkung des Verbindungsgestänges wird vernachlässigt.

Ermitteln Sie eine Gleichung zur Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in Abhängigkeit der Größen  $m$ ,  $l$ ,  $g$  und  $\varphi$ !

Die folgende Erläuterung dient nur dazu die Skizze besser zu verstehen:

Wäre nur die untere Masse  $m$  vorhanden, dann würde infolge der Fliehkraft im Zusammenspiel mit der Gewichtskraft der Winkel  $\varphi$  mit wachsender Winkelgeschwindigkeit steigen.

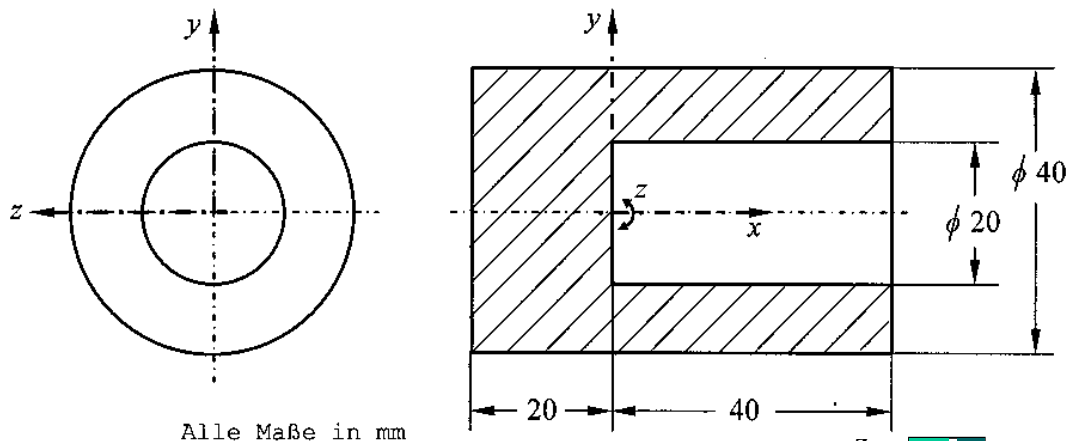
Hier ist noch eine obere Masse hinzugefügt. Diese "stört" das ansonsten stabile Gleichgewicht des Systems.



Aufgabe 2 ( 20P )

Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment des abgebildeten Bauteils bezüglich der z-Achse. Die Dichte des Materials sei  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ .

Hinweis: Die z-Achse steht in der rechts abgebildeten Seitenansicht senkrecht zur Zeichenebene.

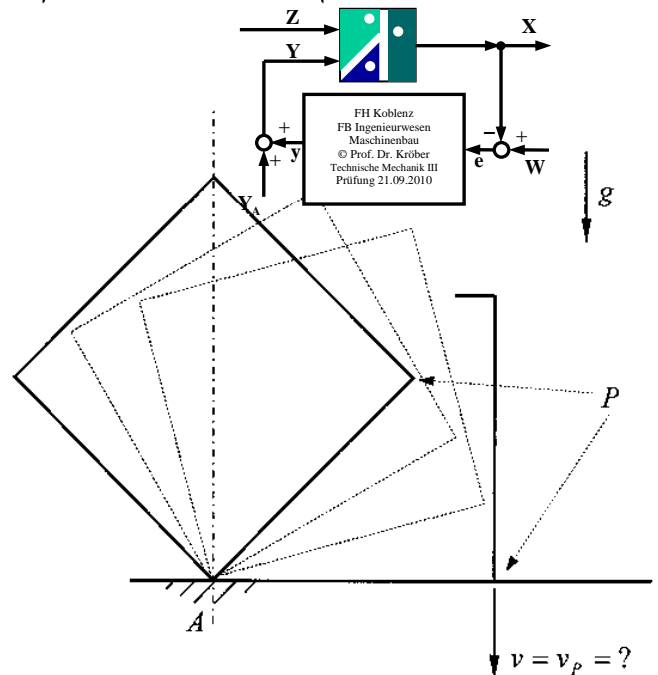


Aufgabe 3 ( 15P )

Ein Würfel (Vollmaterial) mit der Kantenlänge  $a$  steht zu Beginn der Betrachtung auf einer Kante (siehe Skizze). Dann kippt er um. Dabei dreht er um  $45^\circ$  um den Punkt A. Es soll angenommen werden, dass der Würfel während des Vorganges nicht rutscht. Dazu könnte man sich vorstellen, dass am Punkt A ein Gelenk vorhanden ist. Der Würfel hat die Kantenlänge  $a$  und besitzt "scharfe" Kanten.

Mit welcher Geschwindigkeit trifft die äußere Kante (Punkt P) auf die Unterlage?

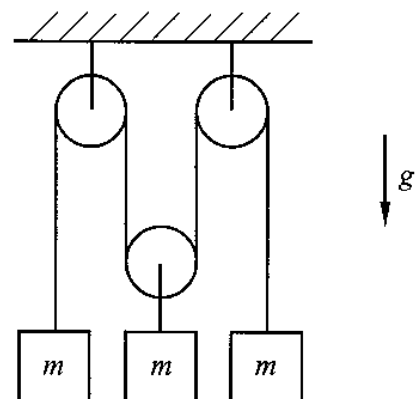
Geg.:  $a, \rho, g$



Aufgabe 4 ( 10P )

Bei dem abgebildeten Rollensystem sind die Umlenkrollen und das Seil masselos. Wie groß ist die Beschleunigung der mittleren Masse?

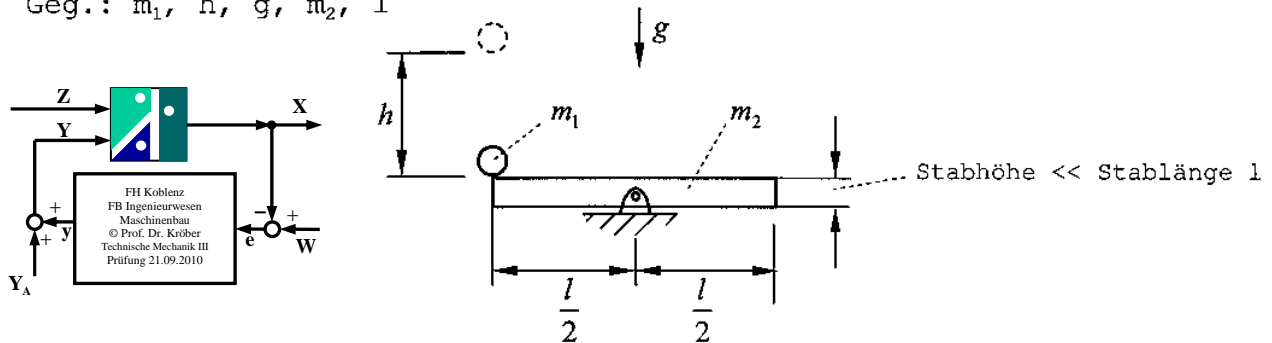
Hinweis:  
Versuchen Sie (unbedingt), die Symmetrie des Systems auszunutzen!



Aufgabe 5 ( 12P )

Eine Masse  $m_1$  (Anfangsgeschwindigkeit gleich Null) fällt aus einer Höhe  $h$  und trifft auf einen horizontal angeordneten starren Stab. Es erfolgt ein plastischer Stoß, d.h. die Punktmasse  $m_1$  und der Stab (Masse  $m_2$ ) sind nach dem Aufeinandertreffen ein "gemeinsamer" Körper. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Systems unmittelbar nach dem Aufeinandertreffen?

Geg.:  $m_1, h, g, m_2, l$



Hinweise:

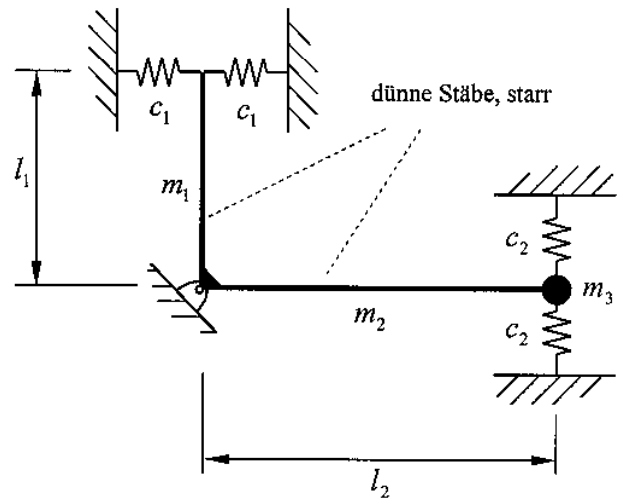
Drall einer Punktmasse:  $\vec{L} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v})$  skalar:  $L = r \cdot m \cdot v$  ; auch  $L = J \cdot \omega$

Aufgabe 6 ( 12P )

Das abgebildete Schwingungssystem besteht aus zwei starren Stäben und einer Punktmasse  $m_3$ . An den Enden ist das Stabsystem federzentriert. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz  $f_0$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen. Ein möglicher Einfluss der Erdbeschleunigung wird nicht berücksichtigt.

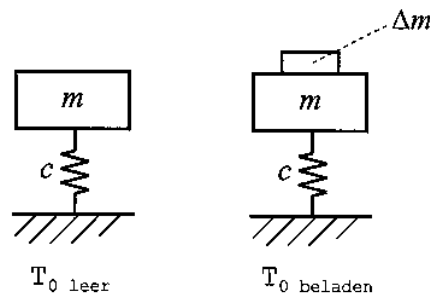
Bem.: kleine Auslenkungen

Geg.:  $m_1, l_1, c_1, m_2, l_2, c_2, m_3$

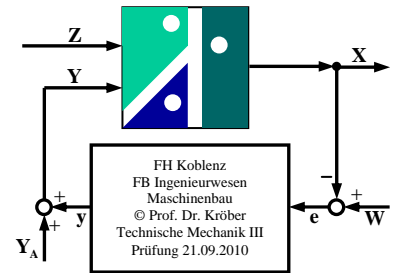
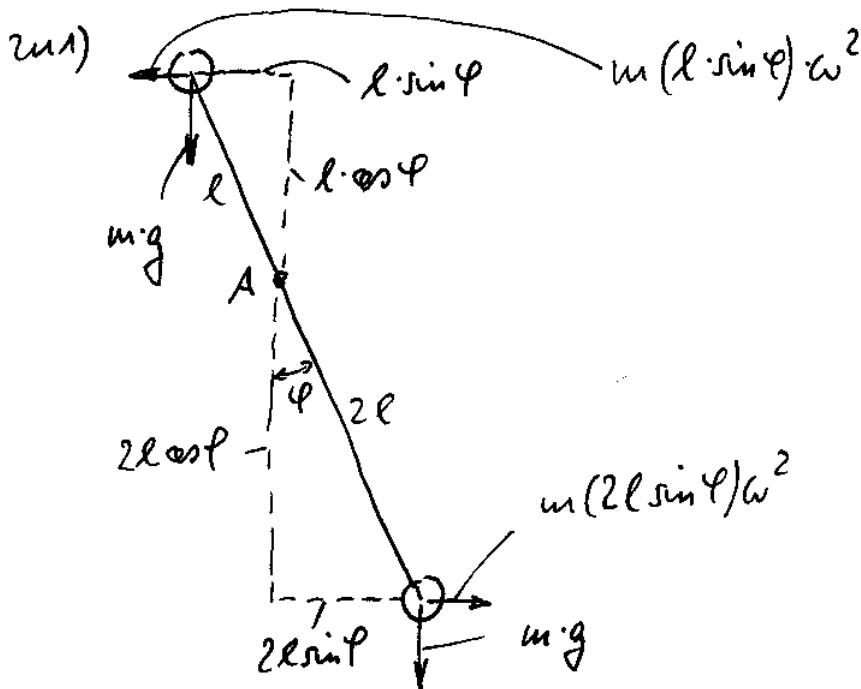


Aufgabe 7 ( 14P )

Ein PKW kann für Vertikalschwingungen als ein System mit einem Freiheitsgrad aufgefasst werden. Ist der PKW leer, wird bei kleinen vertikalen Auslenkungen eine Schwingungsdauer von  $T_{0 \text{ leer}} = 0,7 \text{ s}$  gemessen. Nach erfolgter Zuladung um  $\Delta m = 300 \text{ kg}$  beträgt die Schwingungsdauer  $T_{0 \text{ beladen}} = 0,8 \text{ s}$ . Wie groß ist die leere Masse  $m$  des PKW's?



Lösungen Prüfung Techn.-Mechanik III 21.09.10 Blatt 1



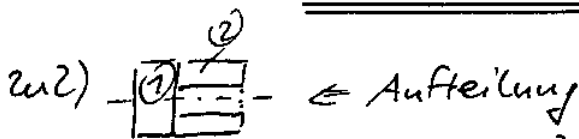
Momentenbilanz um A:

$$m \cdot g (2l \sin \varphi) = m (2l \sin \varphi) \cdot \omega^2 (2l \cos \varphi) + m (l \sin \varphi) \omega^2 (l \cos \varphi) + m \cdot g (l \sin \varphi)$$

$$2g \sin \varphi - g \sin \varphi = \omega^2 [2 \sin \varphi \cdot 2l \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos \varphi] \quad \leftarrow \text{Bei } \varphi \neq 0$$

$$g = \omega^2 [4l \cos \varphi + l \cos \varphi]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{5 \cdot l \cdot \cos \varphi}}$$



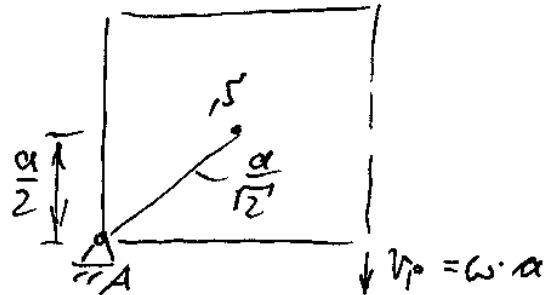
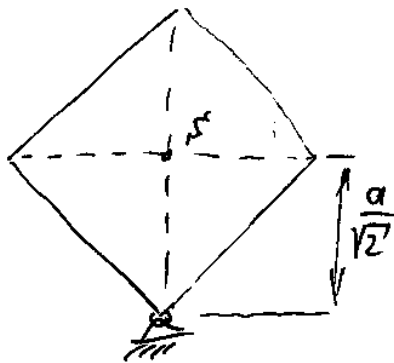
$$J_z = \frac{0,04^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,02 \cdot 7850 \left[ \frac{0,02^2}{4} + \frac{0,02^2}{12} + 0,01^2 \right] \text{ kgm}^2$$

$$+ \frac{(0,04^2 - 0,02^2) \pi}{4} \cdot 0,04 \cdot 7850 \left[ \frac{0,02^2 + 0,01^2}{4} + \frac{0,04^2}{12} + 0,02^2 \right] \text{ kgm}^2$$

$$= (46,0348 + 194,82605) \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

$$= \underline{\underline{2,4086 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2}}$$

zu 3)



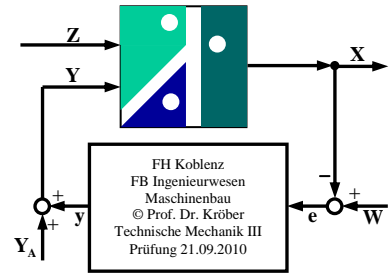
$$m \cdot g \left[ \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{2} \right] = \frac{1}{2} J_A \omega^2 \quad ; \quad J_A = m \frac{a^2 + a^2}{12} + m \left( \frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= \frac{1}{6} m a^2 + \frac{1}{2} m a^2 = \frac{2}{3} m a^2$$

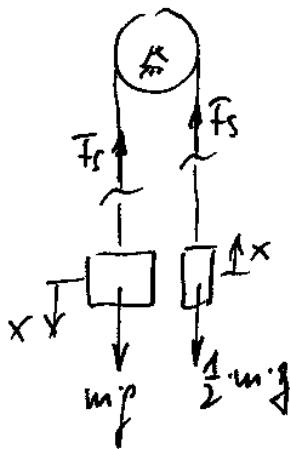
$$m \cdot g \left[ \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} m a^2 \omega^2$$

$$g \cdot a \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{3} v_p^2$$

$$v_p = \sqrt{3 \cdot g \cdot a \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right]}$$



zu 4) Vorbemerkung: mittlere Rolle dreht sich nicht, halbe Masse linkes Seil, halbe Masse rechtes Seil  
Betrachtung linkes Teilsystem:



$$m \ddot{x} = m \cdot g - F_s \quad ; \quad \frac{m}{2} \ddot{x} = F_s - \frac{1}{2} m g$$

$$F_s = \frac{m}{2} \ddot{x} + \frac{1}{2} m g$$

$$\frac{m}{2} \ddot{x} = m \cdot g - \frac{m}{2} \ddot{x} - \frac{1}{2} m g$$

$$\ddot{x} \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = g - \frac{1}{2} g$$

$$\frac{3}{2} \ddot{x} = \frac{1}{2} g$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{3} g$$

# Lösungen Prüfung Techn.-Mechanik III 21.09.10 Blatt 3

m5)  $L_{\text{rot}} = L_{\text{transl}}$

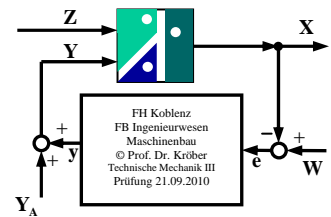
$$\frac{l}{2} \cdot m_1 \cdot v = \left[ \frac{1}{12} m_2 l^2 + m_1 \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right] \cdot \omega \quad ; \quad v = \sqrt{2} \cdot f \cdot l$$

$$\omega = \frac{\frac{l}{2} \cdot m_1 \cdot \sqrt{2} \cdot f \cdot l}{\left( \frac{1}{12} m_2 + \frac{1}{4} m_1 \right) l^2} = \frac{m_1 \sqrt{2} \cdot f \cdot l}{\left( \frac{m_2}{6} + \frac{m_1}{2} \right) l} \cdot \frac{6}{6}$$

$$\omega = \frac{6 \cdot m_1 \cdot \sqrt{2} \cdot f \cdot l}{(3m_1 + m_2) \cdot l}$$

m6)  $\omega_0^2 = \frac{\sum c_D}{\sum J} = \frac{2 \cdot c_1 \cdot l_1^2 + 2 \cdot c_2 \cdot l_2^2}{\frac{1}{3} m_1 l_1^2 + \frac{1}{3} m_2 l_2^2 + m_3 l_2^2} = (2 \cdot \pi \cdot f_0)^2$

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{6 (c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2)}{m_1 l_1^2 + (m_2 + 3m_3) l_2^2}}$$



m7)

$$\frac{|m|}{c}$$

$$\frac{|m + \Delta m|}{c}$$

$$\omega_{\text{leer}}^2 = \frac{c}{m} = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{leer}}} \right)^2$$

$$\omega_{\text{bel}}^2 = \frac{c}{m + \Delta m} = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{bel}}} \right)^2$$

c gleichsetzen:

$$m \left( \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{leer}}} \right)^2 = (m + \Delta m) \left( \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{bel}}} \right)^2 \quad | \cdot \frac{1}{T_{\text{leer}}^2}$$

$$m = m \left( \frac{T_{\text{leer}}}{T_{\text{bel}}} \right)^2 + \Delta m \left( \frac{T_{\text{leer}}}{T_{\text{bel}}} \right)^2$$

$$m = \frac{\left( \frac{T_{\text{leer}}}{T_{\text{bel}}} \right)^2}{1 - \left( \frac{T_{\text{leer}}}{T_{\text{bel}}} \right)^2} \cdot \Delta m = \frac{(0,7/0,8)^2}{1 - (0,7/0,8)^2} \cdot 300 \text{ kg}$$

$$= \underline{\underline{980 \text{ kg}}}$$