

Technische Mechanik III  
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der  
 gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

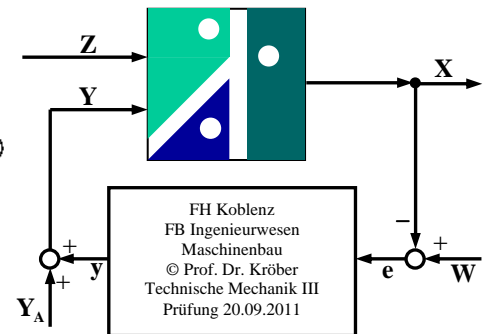
Bearbeitungszeit : 120 min

Note : \_\_\_\_\_

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung Technische Mechanik III ( 5 Blätter )
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."



Aufgabe 1 ( 20P )

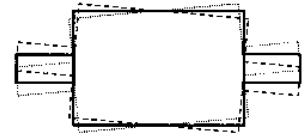
Ein Fahrzeug fährt auf einer ansteigenden Straße aufwärts. Die Straße hat eine Steigung von 6%. Die Umfangskraft an der angetriebenen Achse beträgt  $F_u = 1600 \text{ N}$  (Summe der beiden Reifen). Die Fahrgeschwindigkeit sei  $v = 72 \text{ km/h}$ . Der Luftwiderstand beträgt  $F_{Luft} = 200 \text{ N}$ . Der Hebelarm der Rollreibung wird vernachlässigt. Die Motordrehzahl beträgt  $n_{Motor} = 3000 \text{ 1/min}$ . Die Masse des Fahrzeuges sei  $m = 1000 \text{ kg}$ . Die auf die Motorwelle reduzierten Massenträgheitsmomente aller Drehmassen betragen  $J_{red} = 0,8 \text{ kgm}^2$ . Reibungseffekte im Getriebe werden vernachlässigt.  
 Geg.:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

- Bestimmen Sie die vom Motor abgegebene Leistung sowie das abgegebene Motordrehmoment!
- Welche translatorische Beschleunigung erzielt das Fahrzeug auf der ansteigenden Straße?

Hilfestellung: Steigung =  $\tan(\alpha)$

Aufgabe 2 ( 18P )

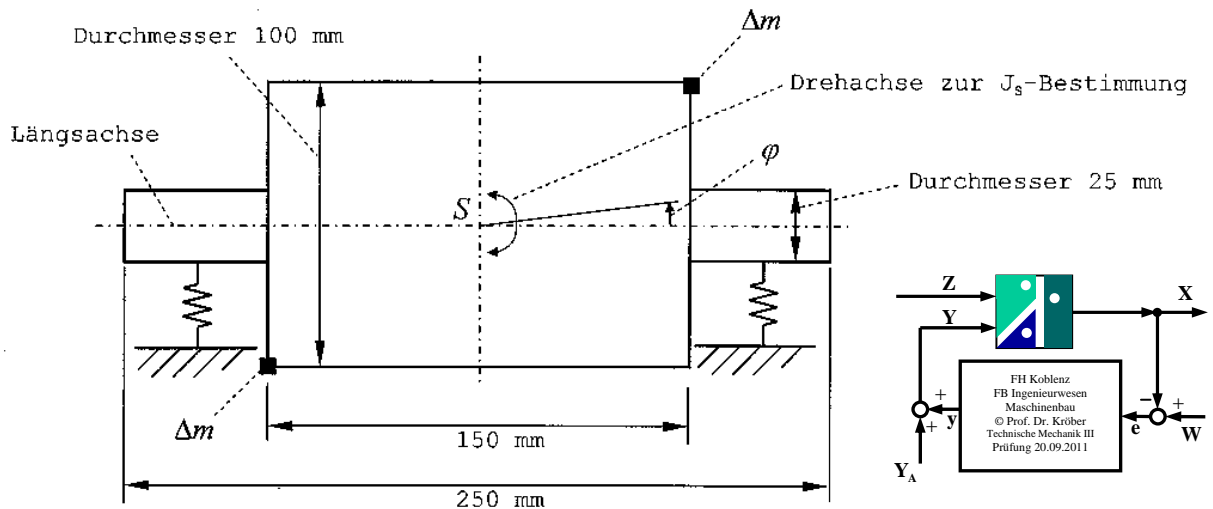
Ein Rotor dreht zunächst um die Längsachse. Durch zwei auf dem Rotor vorhandenen Punktmassen  $\Delta m$  wird der eigentlichen Drehung um die Längsachse durch die sich einstellenden Fliehkräfte eine taumelartige Bewegung überlagert (siehe nebenstehende Skizze).



Zur maschinendynamischen Untersuchung dieser Taumelbewegung wird das Massenträgheitsmoment des Rotors benötigt. Die Massenwirkung der Punktmassen kann hierbei zunächst vernachlässigt werden. Berücksichtigt werden soll die dicke Rotorwelle (Durchmesser 100 mm) sowie die beiden Wellenzapfen (Durchmesser 25 mm). Die Dichte beträgt  $7850 \text{ kg/m}^3$ .

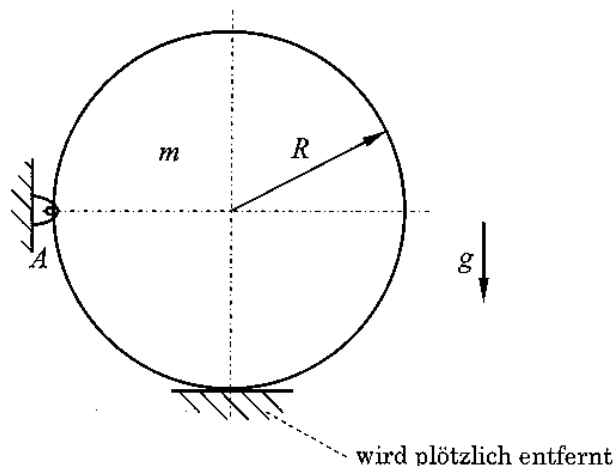
- a. Bestimmen Sie  $J_s$  ohne Berücksichtigung der beiden Punktmassen!
- b. Um welchen Term  $\Delta J_s$  erhöht sich  $J_s$ , falls die Punktmassen mit berücksichtigt werden. Hierbei soll angenommen werden:  $\Delta m = 0,03 \text{ kg}$

(Nochmaliger) Hinweis: Es ist nicht das Massenträgheitsmoment bezüglich der Längsachse zu bestimmen.



Aufgabe 3 ( 13P )

Eine kreisförmige homogene Scheibe der Masse  $m$  kann um das Lager A drehen. Zunächst ist die Scheibe von unten abgestützt. Diese untere Abstützung wird nun plötzlich entfernt. Durch die Gewichtskraft beginnt sich die Scheibe nun um das Lager A zu drehen. Wie groß ist die Lagerkraft A unmittelbar nach dem Entfernen der unteren Abstützung?

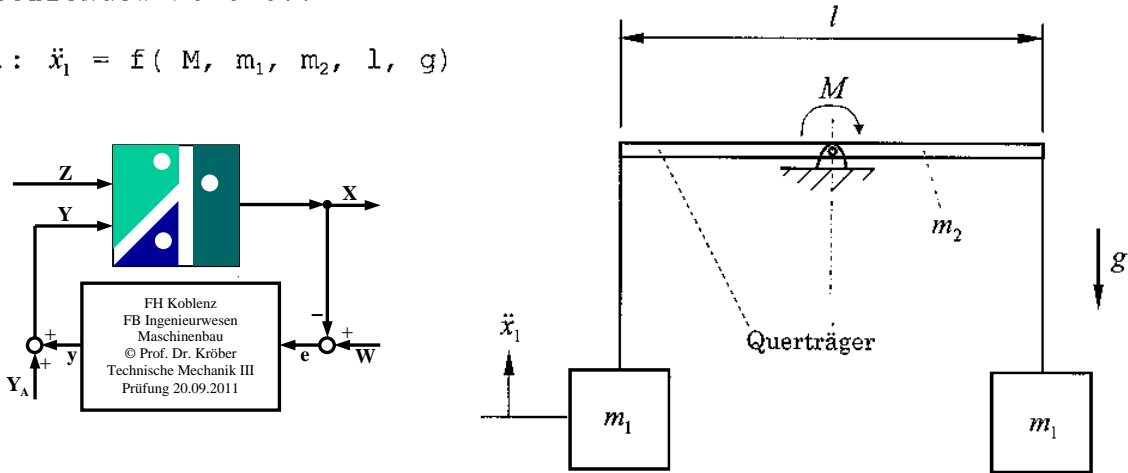


Aufgabe 4 ( 13P )

Aus Symmetriegründen ist das abgebildete System in Ruhe, sofern das angreifende Moment  $M$  gleich Null ist. Der Querträger kann als starr und als dünner Stab angesehen werden. Die beiden Seile zur Verbindung der Massen  $m_1$  seien dehnstarr. Das Moment  $M$  ist nur so groß, dass in beiden Seilen noch eine "Restzugkraft" vorhanden ist.

Bestimmen Sie die Beschleunigung der linken Masse  $m_1$  infolge des angreifenden Momentes  $M$ !

Ges.:  $\ddot{x}_1 = f( M, m_1, m_2, l, g )$



Aufgabe 5 ( 14P )

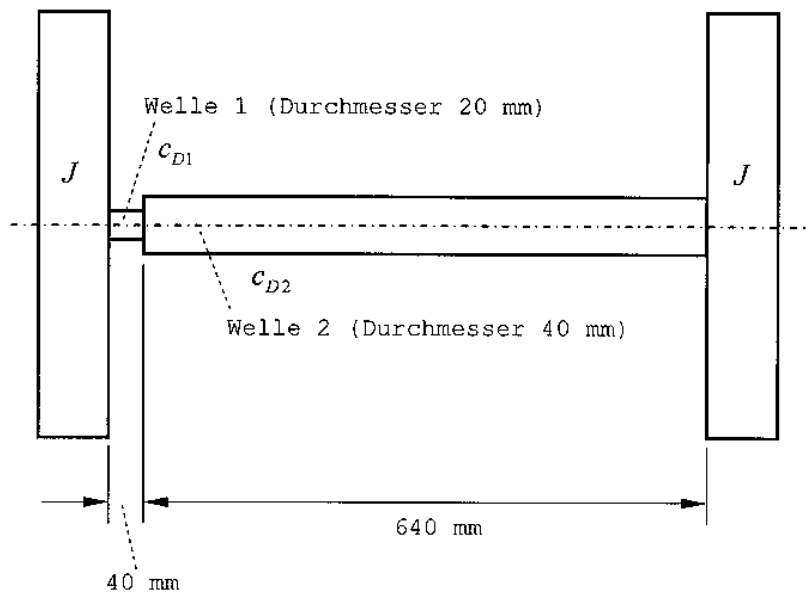
Das abgebildete Wellensystem besitzt eine torsionskritische Eigenfrequenz. Die beiden Massenträgheitsmomente sind gleich und betragen jeweils  $J = 0,1 \text{ kgm}^2$ .

Geg.:  $G = 80000 \text{ N/mm}^2$

- Bestimmen Sie  $c_{D1}$  und  $c_{D2}$  !
- Wie groß ist die Eigenfrequenz [in Hz] ?
- Wo liegt der Schwingungsknoten?

Hilfestellung:

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$



Aufgabe 6 ( 22P )

Bei der für die BUGA 2011 errichteten Seilbahn werden Passagiere zwischen der Talstation und der Bergstation befördert. Untersucht werden soll die Bewegung einer Gondel, wenn die Gondel aus voller Fahrt durch eine Blockade des Seiles plötzlich stehen bleibt. Die Betrachtung erfolgt an einem Punkt über dem Rhein, wo die Seilführung horizontal verläuft.

Vor dem Stillstand bewegt sich die Gondel und der Kragarm (starrer Körper) rein translatorisch. Jeder Punkt bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit  $v_0$ . Dies ist im linken Teil der Abbildung beispielhaft an 3 Punkten eingetragen. Nach der Seilblockade setzt eine rotatorische Bewegung um das angenommene Lager A ein. Die anfängliche Kreisfrequenz dieser rotatorischen Bewegung wird hier mit  $\omega$  bezeichnet.

Aus Wikipedia stammen folgenden Zahlenangaben:

Normalbetrieb  $v_0 = 4,5 \text{ m/s}$ ;

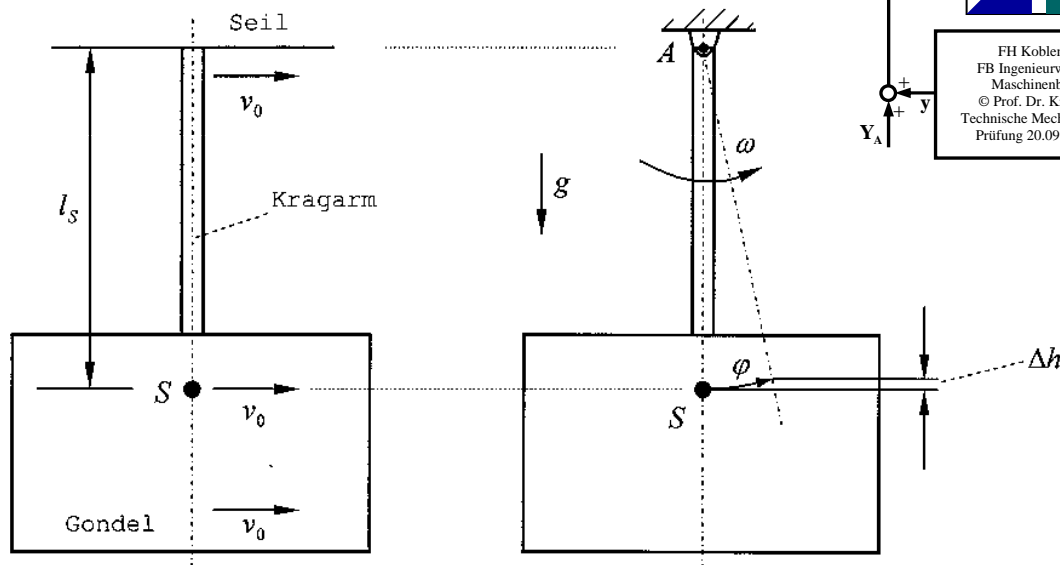
Masse einer Gondel 3,5 Tonnen (Passagiere werden nicht berücksichtigt).

Folgende Angaben beruhen auf Schätzungen:

Abstand Schwerpunkt Gondel/Seil  $l_s = 5 \text{ m}$ ;

Massenträgheitsmoment  $J_s = 10000 \text{ kgm}^2$ .

Ferner gegeben:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



- a. Zwischen der Fahrgeschwindigkeit  $v_0$  und der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit besteht folgender formelmäßiger Zusammenhang:

$$\omega = \frac{l_s \cdot m \cdot v_0}{J_s + m \cdot l_s^2}$$

Weisen Sie diese Gleichung durch einen geeigneten Ansatz nach!

- b. Bestimmen Sie die "anfängliche" Winkelgeschwindigkeit!
- c. Bestimmen Sie durch den Energieerhaltungssatz die Schwinghöhe  $\Delta h$  und daraus den maximalen Winkelausschlag  $\varphi$ !

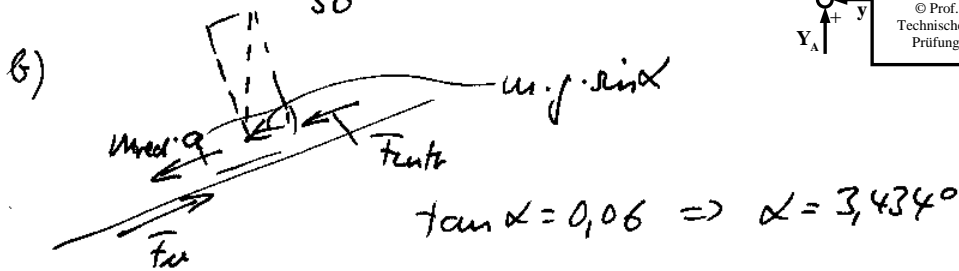
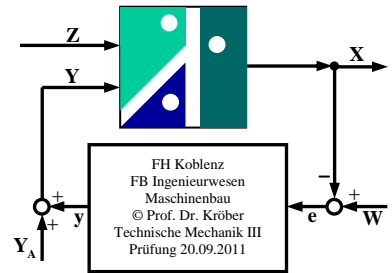
Bemerkung: Am zahlenmäßigen Ergebnis kann man ablesen, dass das plötzliche Abbremsen des Seiles nicht realistisch ist.

- d. Wie lange dauert es vom "Zeitpunkt des plötzlichen Abbremsens" bis die Maximalauslenkung erreicht ist (Formel für kleine Auslenkungen)?

zu 1.a)  $\underline{P} = F_{zu} \cdot v = 1600 \text{ N} \cdot \frac{72}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{32 \text{ kW}}}$

$M = \frac{P}{\omega} ; \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$

$\underline{M_{Motor}} = \frac{32000}{\frac{\pi \cdot 3000}{30}} \text{ Nm} = \underline{\underline{101,9 \text{ Nm}}}$



$$m_{red} \cdot a = F_{zu} - F_{ab} - m_f \cdot \sin \alpha$$

$$= 1600 \text{ N} - 200 \text{ N} - \underbrace{1000 \cdot 9,81 \cdot \sin 3,434^\circ \text{ N}}_{587,5 \text{ N}}$$

$$= 812,5 \text{ N}$$

$\frac{\Delta m}{2} v^2 = \frac{J}{2} \omega^2 \Rightarrow \Delta m = J \left( \frac{\omega}{v} \right)^2 = 0,8 \left( \frac{\frac{\pi \cdot 3000}{30}}{\frac{72}{3,6}} \right)^2 \text{ kg} = 197,4 \text{ kg}$

$\underline{a} = \frac{812,5}{1000 + 197,4} \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{0,679 \text{ m/s}^2}}$

zu 2.a) 
$$J_S = \left\{ 0,2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,15 \cdot 7850 \left[ \frac{0,05^2}{4} + \frac{0,15^2}{12} \right] + 2 \left[ 0,025^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0,05 \cdot 7850 \left( \frac{0,025^2}{4} + \frac{0,05^2}{12} + 0,1^2 \right) \right] \right\} \text{ kgm}^2$$

↑ 9,248 kg
 ↑ 0,19267 kg
 ↑ „Steiner“

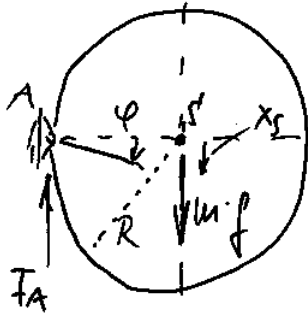
$$\underline{\underline{= 2,709 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2}}$$

b) 
$$\Delta J_S = 2 \cdot \Delta m \cdot a^2 = 2 \cdot 0,03 \cdot (0,075^2 + 0,05^2) \text{ kgm}^2$$

$$\underline{\underline{= 4,875 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2}}$$

Prüfung Technische Mechanik III 20.09.11 Blatt 2

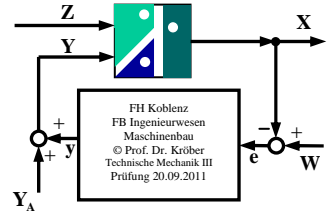
213)



$$J_A \cdot \ddot{\varphi} = m \cdot g \cdot R$$

$$\left(\frac{1}{2} m R^2 + m R^2\right) \ddot{\varphi} = m \cdot g \cdot R$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2 \cdot g}{3 R}$$



$$m \ddot{x}_S = m \cdot g - F_A \Rightarrow F_A = m \cdot g - m \ddot{x}_S ; \quad \ddot{x}_S = \ddot{\varphi} \cdot R$$

$$\underline{\underline{F_A = m \cdot g - m \frac{2g}{3R} \cdot R = \frac{1}{3} m \cdot g}}$$

Bem.:  $F_{A \text{ horizontal}} = 0$

214)

$$J_{ps} \cdot \ddot{\varphi} = M$$

$$\left(2m_1 \left(\frac{R}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2\right) \ddot{\varphi} = M \Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{M}{\left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{12}\right) R^2}$$

$$\underline{\underline{\ddot{x}_1 = \ddot{\varphi} \frac{R}{2} = \frac{M}{\left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{12}\right) R^2} \cdot \frac{R}{2} = \frac{M}{\left(m_1 + \frac{m_2}{6}\right) R}}}$$

$$215, a) \quad \varphi = \frac{M \cdot R}{6 \cdot J_p} \Rightarrow \vartheta = \frac{M}{\varphi} = \frac{6 \cdot J_p}{R}$$

$$\underline{\underline{C_{D1} = \frac{80000 \cdot \frac{\pi}{32} \cdot 20^4}{40} \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} = 31416 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}}}$$

$$\underline{\underline{C_{D2} = \frac{80000 \cdot \frac{\pi}{32} \cdot 40^4}{640} \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} = 31416 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}}}$$

$$b) \text{ Reihenschaltung } \vartheta_{ps} = \frac{C_{D1} \cdot C_{D2}}{C_{D1} + C_{D2}} = \frac{31416 \cdot 31416 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}}{31416 + 31416} = 15708 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\vartheta_{ps} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{15708 \left(\frac{1}{91} + \frac{1}{91}\right)} \text{ Hz} = 89,21 \text{ Hz}}}$$

Prüfung Technische Mechanik III 20.09.11 Blatt 3

zu 5,c) Wegen  $G_1 = G_2$  (Symmetrie) ist Schwingungsknoten genau an "Übergangsstelle" von  $G_1$  und  $G_2$ , also am Wellenabsatz ( $20\text{mm} \Rightarrow 40\text{mm}$ ).

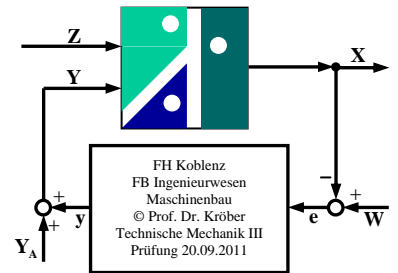
zu 6,a)  $L_{\text{rot}} = L_{\text{transl}}$

$$I_S \cdot m \cdot v_0 = J_A \cdot \omega ; J_A = J_S + m \cdot l_S^2$$

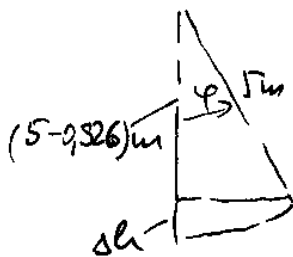
$$\omega = \frac{I_S \cdot m \cdot v_0}{J_S + m \cdot l_S^2}$$

b) 
$$\omega = \frac{5 \cdot 3500 \cdot 4,5}{10000 + 3500 \cdot 5^2} \text{ s}^{-1} = 0,8077 \text{ s}^{-1}$$

$J_A = 97500 \text{ kgm}^2$



c) 
$$\frac{1}{2} J_A \omega^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{J_A \omega^2}{2 \cdot m \cdot g} = \frac{97500 \cdot 0,8077^2}{2 \cdot 3500 \cdot 9,81} \text{ m} = 0,926 \text{ m}$$



$$\cos \varphi = \frac{5 - 0,926 \text{ m}}{5 \text{ m}} \Rightarrow \varphi = 35,4^\circ$$

d)  $t = \frac{T_0}{4} ; T_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} ; \omega_0^2 = \frac{m \cdot g \cdot l_S}{J_A}$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3500 \cdot 9,81 \cdot 5}{97500}} \text{ s}^{-1} = 1,327 \text{ s}^{-1}$$

$$t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1,327} \text{ s} = 1,18 \text{ s}$$