Fachhochschule Koblenz
Fachbereich Maschinenbau
Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

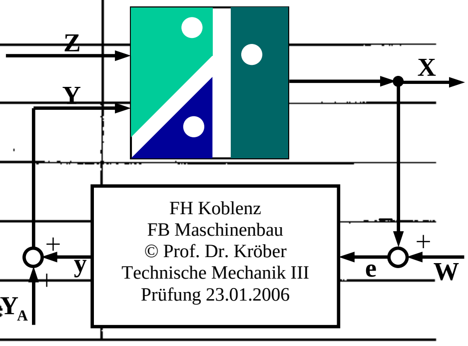
Blatt 1 von 3

WS 05/06

Name ______________________

Matr.-Nr. ______________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	



Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

- Erlaubte Hilfsmittel :
  - Schreib- und Zeichengerät
  - Taschenrechner
  - Hilfsblätter:
    - Schwerpunkte von Flächen und Linien
    - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
    - Durchbiegungen und Neigungswinkel der ...
    - Knicken - Formeln und Daten
    - Querschnittsgrößen bei der Torsion von Stäben mit nicht kreisförmigem ...
    - Massenträgheitsmomente homogener Körper

Note : ______________________

Hinweise:

Gestaltänderungsenergiehypothese:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2} \qquad \sigma_v = \sqrt{\sigma^2+3\cdot\tau^2}$$

Berechnung der Schubspannung durch eine Querkraft:

$$\tau_q(z) = \frac{Q(x)\cdot H_y(z)}{I_y\cdot b(z)}$$

Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten vor und nach einem elastischen Stoß:

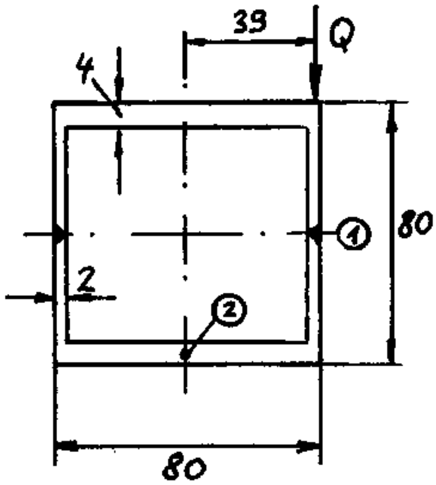
$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Normalbeschleunigung:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

Massenträgheitsmoment eines Zylinders (bezogen auf die Längsachse z):

$$J_z = \frac{1}{2}m\cdot r^2 = \frac{\pi}{2}\rho\cdot l\cdot r^4$$

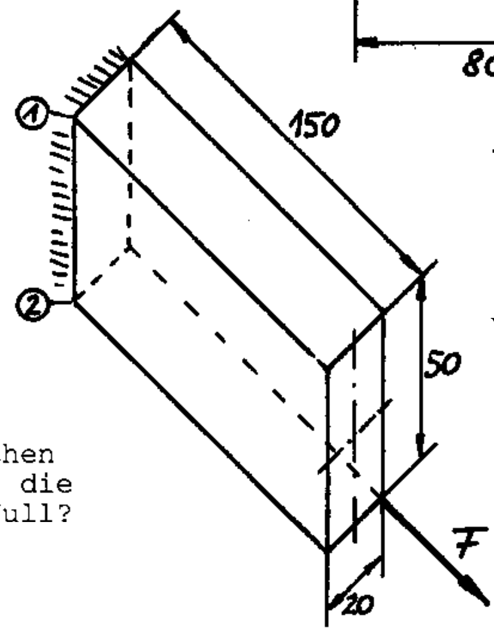


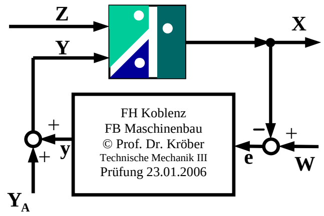
Aufgabe 1 (18P)

Das abgebildete dünnwandige Profil wird außermittig mit einer Querkraft Q=15kN belastet. Daraus resultiert eine Belastung durch Torsion und Querschub.

a. Wie groß ist die Vergleichsspannung (Gestaltänderungsenergiehypothese) in Punkt 1 der Schweißnaht?

b. Wie groß ist die Torsionsspannung in Punkt 2 ?





Aufgabe 2 (14P)

An dem Rechteckprofil wirkt an der Ecke des Rechteckprofils eine Kraft F=10kN.

a. Bestimmen Sie die Normalspannungen in den Punkten 1 und 2 !

b. An welcher Stelle zwischen den Punkten 1 und 2 ist die Normalspannung gleich Null?

Aufgabe 3 (20P)

Die rechte obere Kugel (Masse m) wird losgelassen ($\varphi = 45^0$), stößt im unteren Totpunkt elastisch mit einer zweiten Kugel (ebenfalls Masse m) zusammen. Nach dem elastischen Stoß bewegt sich die zuvor unten ruhende Kugel nach links und wird in einer bestimmten Zeit von der Feder abgebremst.
Annahmen: Reibungseffekte werden vernachlässigt. Die Massen können als Punktmassen aufgefasst werden. Die Gestänge der Länge l seien masselos.

Geg.: m=0,5kg; l=0,2m; g=9,81m/s^2; c=837,3N/mm

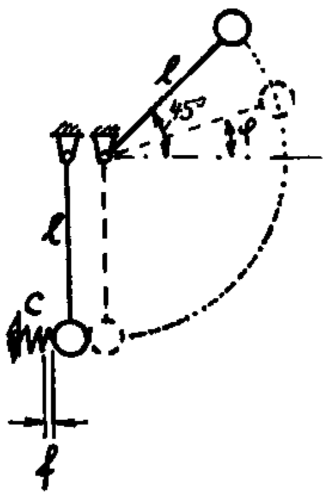
a. Wie groß ist die Geschwindigkeit der ersten Kugel vor dem Stoßvorgang?

b. Wie groß ist die Geschwindigkeit der zweiten Kugel nach dem Stoßvorgang?

c. Um welche Wegstrecke wird die Feder zusammengedrückt? Annahme: f<<l

d. Wie lange dauert der Verzögerungsvorgang der Kugel während des Zusammendrückens der Feder?

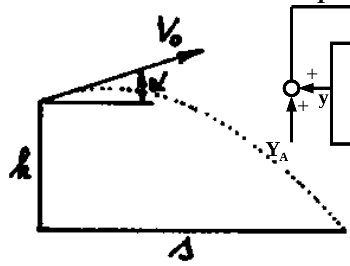
e. Bei welchem Winkel nach dem Loslassen der oberen Kugel ist die Kraft in der Stange gerade gleich Null?



Aufgabe 4 (10P)

Ein Stein wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 von einer Anhöhe unter dem Winkel α abgeworfen. Die Luftreibung wird vernachlässigt. Die Aufgabenteile sind zunächst formelmäßig und dann numerisch zu lösen.

geg.: g, v_0, α, s



a. Wie groß muss die Höhe h sein, damit der Stein die vorgegebene Horizontalstrecke s überfliegt?

b. Wie groß ist der Krümmungsradius ρ am höchsten Punkt der Flugbahn?

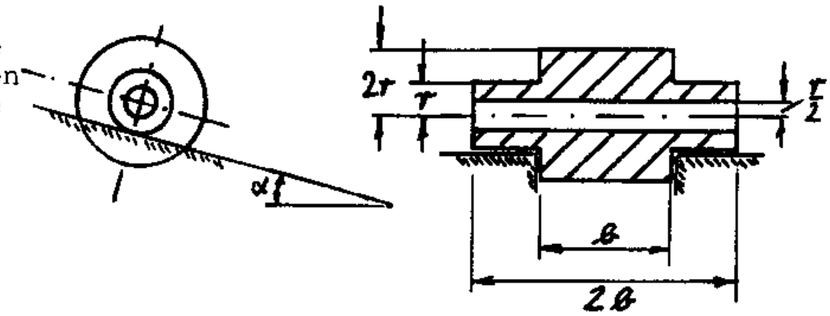
Zahlenwerte:

$g=9{,}81 m/s^2$; $v_0=20 m/s$; $\alpha=20^0$; $s=26{,}21 m$

Aufgabe 5 (20P)

Die abgebildete durchbohrte Stufenrolle wird losgelassen und rollt die schiefe Ebene hinab.

Geg.: b, r, ρ, g, α



a. Weisen Sie zunächst die Richtigkeit der folgenden Gleichungen nach!
Hinweis: Nachweis in Fragestellung a. kann übersprungen werden.

$$m = \frac{9}{2}\cdot\pi\cdot\rho\cdot b\cdot r^2 \qquad J_S = \frac{135}{16}\cdot\pi\cdot\rho\cdot b\cdot r^4 \qquad J_S = \frac{15}{8}\cdot m\cdot r^2$$

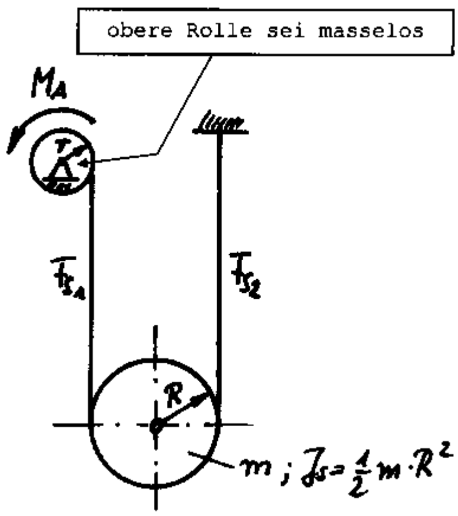
b. Wie groß ist die sich einstellende Beschleunigung $\ddot{x} = a$?

c. Wie groß muss der erforderliche Haftreibungskoeffizient $\mu_{0_{erf}}$ sein, damit ein Rollvorgang stattfindet?

Aufgabe 6 (18P)

Das Antriebsmoment M_A soll so ausgelegt werden, dass mit der abgebildeten Hebevorrichtung eine Aufwärtsbeschleunigung $a = \ddot{x}$ der Masse m realisiert werden kann. Zu bestimmen sind die sich dann einstellenden Seilkräfte F_{S_1} und F_{S_2} sowie das erforderliche Antriebsmoment in Abhängigkeit der gegebenen Größen.

Geg.: m, R, $a=\ddot{x}$, g, r



Lösungen Technische Mechanik III vom 23.01.06 Blatt 1

zu 1) $M_t = Q \cdot a = 15000\,N \cdot 0{,}039\,m = 585\,Nm$

$W_t = 2 \cdot A_m \cdot t_{min} = 2 \cdot 78\,mm \cdot 76\,mm \cdot 2\,mm = 23712\,mm^3$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{585000}{23712}\,\frac{N}{mm^2} = 24{,}67\,N/mm^2$$

$H = \frac{1}{2} b \cdot h^2 \rightarrow H_y = \frac{1}{2}(80 \cdot 40^2 - 76 \cdot 36^2)\,mm^3 = 14752\,mm^3$

$J_y = \frac{1}{12}(80 \cdot 80^3 - 76 \cdot 72^3)\,mm^4 = 1049{,}4 \cdot 10^3\,mm^4$

$b = 4\,mm$

$$\tau_q = \frac{Q \cdot H_y}{J \cdot b} = \frac{15000 \cdot 14752}{1049{,}4 \cdot 10^3 \cdot 4}\,N/mm^2 = 52{,}71\,N/mm^2$$

$\tau_{ges①} = \tau_t + \tau_q = (24{,}67 + 52{,}71)\,N/mm^2 = 77{,}38\,N/mm^2$

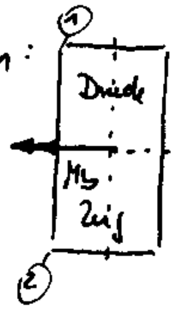
$$\underline{\underline{\sigma_{v①}}} = \sqrt{\underbrace{\sigma^2}_{0} + 3\tau^2} = \sqrt{3} \cdot \tau = \sqrt{3} \cdot 77{,}38\,N/mm^2 = \underline{\underline{134{,}03\,N/mm^2}}$$

b) Schubfluss = Torsionsspannung „mal" Wandstärke = Konstant
Wandstärke bei ② doppelt so groß ⇒ τ halbiert

also: $\underline{\underline{\tau_②}} = \frac{24{,}67}{2}\,N/mm^2 = \underline{\underline{12{,}34\,N/mm^2}}$

zu 2) Zugspannung: $\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{10000\,N}{20 \cdot 50\,mm^2} = 10\,N/mm^2$

σ_{b1}:

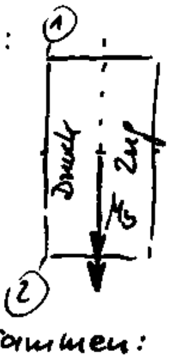


$$\sigma_② = \frac{M_b}{W_b} = + \frac{10000\,N \cdot 25\,mm}{\frac{1}{6} \cdot 20 \cdot 50^2\,mm^3} = +30\,N/mm^2$$

$\sigma_① = -30\,N/mm^2$ (Druck)

FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 23.01.2006

σ_{b2}:



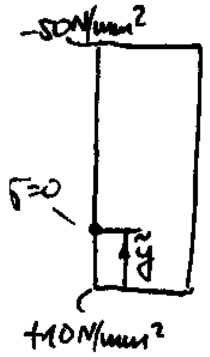
$$\sigma_① = \sigma_② = - \frac{10000\,N \cdot 10\,mm}{\frac{1}{6} \cdot 50 \cdot 20^2\,mm^3} = -30\,N/mm^2 \text{ (Druck)}$$

zusammen: ① : $\underline{\underline{\sigma_{①ges}}} = (10 - 30 - 30)\,N/mm^2 = \underline{\underline{-50\,N/mm^2}}$ (Druck)

② : $\underline{\underline{\sigma_{②ges}}} = (10 + 30 - 30)\,N/mm^2 = \underline{\underline{+10\,N/mm^2}}$ (Zug)

Lösungen Technische Mechanik III vom 23.01.06 Blatt 2

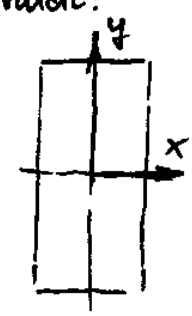
zu 2,b) σ ändert sich linear entlang der linken Bauteilkante



Dreisatz:

$$\frac{\tilde{y}}{50\,mm} = \frac{10\,N/mm^2}{\underbrace{60\,N/mm^2}_{\text{Differenz}}} \Rightarrow \tilde{y} = \ldots = \underline{\underline{8{,}\bar{3}\ldots mm}}$$

formal:



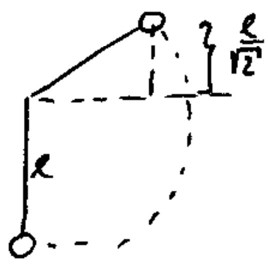
$$\sigma(x,y) = 10\,N/mm^2 + \frac{10000\,N \cdot 10\,mm}{\frac{1}{12}\cdot 50 \cdot 20^3\,mm^4}\cdot x - \frac{10000\,N \cdot 25\,mm}{\frac{1}{12}\cdot 20\cdot 50^3\,mm^4}\cdot y$$

alles in N/mm^2 und mm:

$$\sigma(x,y) = 10 + 3\cdot x - 1{,}2\cdot y$$

dann: $x = -10$ sowie $\sigma = 0 \Rightarrow y = -16{,}\bar{6}\ldots mm$

zu 3)



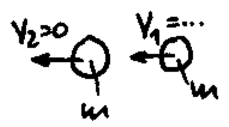
$$E_{pot} = E_{kin}$$

$$\cancel{m}\cdot g\left(\ell + \frac{\ell}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\cancel{m}}{2} v^2$$

$$g(2\ell + \sqrt{2}\ell) = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{(2+\sqrt{2})\cdot g \cdot \ell}$$

$$\underline{\underline{v}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})\cdot 9{,}81\cdot 0{,}2}\ \frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}588\ \frac{m}{s}}} = v_1$$

b) vorher:

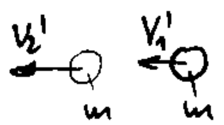


Impulskonstanz:

$$\cancel{m}\cdot \underbrace{v_2}_{0} + \cancel{m}\, v_1 = \cancel{m}\, v_2' + \cancel{m}\cdot v_1'$$

$$v_1 = v_2' + v_1' \quad (1)$$

nachher:



ferner gegeben (siehe „Deckblatt"):

$$v_1 + v_1' = \underbrace{v_2}_{0} + v_2' \Rightarrow v_2' = v_1 + v_1' \quad (2)$$

(2) in (1):

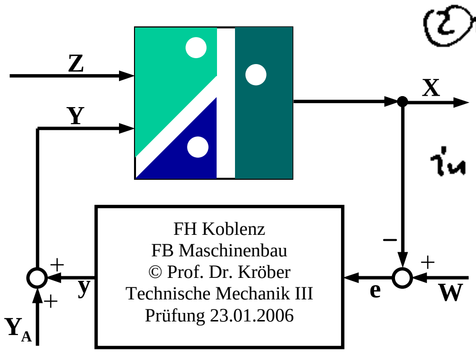
$$\cancel{v_1} = \cancel{v_1} + v_1' + v_1'$$

$$0 = 2\cdot v_1' \Rightarrow \underline{\underline{v_1' = 0}}$$

in (2):

$$v_2' = v_1 + 0$$

$$\underline{\underline{v_2'}} = v_1 = \underline{\underline{2{,}588\ \frac{m}{s}}}$$



Lösungen Technische Mechanik III vom 23.01.06 Blatt 3

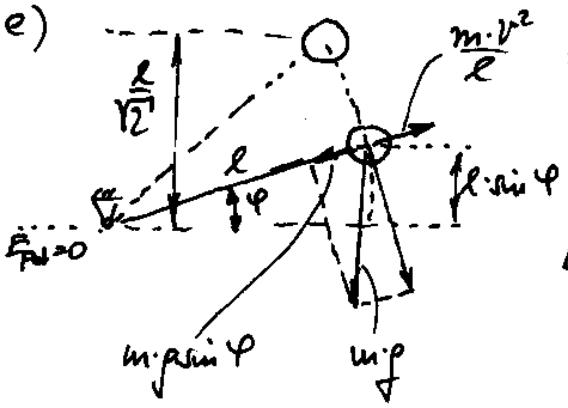
zu 3, c) $E_{kin} = E_{pot}$

$$\frac{m}{2} v^2 = \frac{c}{2} f^2 \Rightarrow \underline{f} = \sqrt{\frac{m}{c}} \cdot v = \sqrt{\frac{0{,}5}{837300}} \cdot 2{,}588\,m \approx \underline{\underline{2{,}00\,mm}}$$

d) $$\omega_0^2 = \frac{c}{m} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \Rightarrow T_0 = 2\cdot\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

$$\underline{t_{Verzögerung}} = \frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{c}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{0{,}5}{837300}}\,s = \underline{\underline{1{,}214\,ms}}$$

e)



Kräftegleichgewicht:

$$m \cdot g \cdot \sin\varphi = \frac{m \cdot v^2}{\ell}$$

$$v^2 = g \cdot \ell \cdot \sin\varphi \quad (1)$$

Energieerhaltung:

$$E_{vorher} = E_{nachher}$$

$$\cancel{m} \cdot g \frac{\ell}{\sqrt{2}} = \cancel{m} \cdot g \cdot \ell \cdot \sin\varphi + \frac{\cancel{m}}{2} v^2 \,\Big|\cdot 2$$

$$\sqrt{2} \cdot g \cdot \ell = 2 \cdot g \cdot \ell \cdot \sin\varphi + v^2$$

$$v^2 = g \cdot \ell\left(\sqrt{2} - 2 \cdot \sin\varphi\right) \quad (2)$$

(1) und (2) gleichgesetzt:

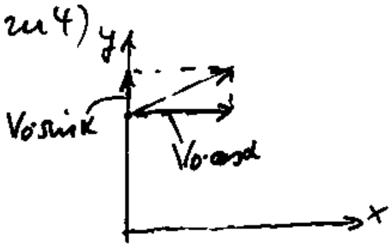
$$\cancel{g \cdot \ell} \cdot \sin\varphi = \cancel{g \cdot \ell}\left(\sqrt{2} - 2 \cdot \sin\varphi\right)$$

$$3 \cdot \sin\varphi = \sqrt{2}$$

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 28{,}13^\circ}}$$

Z Y X e W y Y_A
FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 23.01.2006

zu 4)



$$\dot{x}(t) = V_0 \cdot \cos\alpha = Konst \Rightarrow t = \frac{1}{V_0 \cdot \cos\alpha}\left(= \frac{26{,}21\,m}{20\frac{m}{s} \cdot \cos 20^\circ} = 1{,}395\,s\right) \quad (1)$$

$$\ddot{y} = -g$$

Integration mit Anfangsbedingung $\dot{y}(t=0) = V_0 \cdot \sin\alpha$

ergibt: $\dot{y} = -g \cdot t + V_0 \cdot \sin\alpha$

nochmalige Integration mit $y(t=0) = h$ ergibt:

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + h$$

$$y = 0: \Rightarrow h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 - V_0 \cdot \sin\alpha \, t \quad (2)$$

weiter zu 4)

① in ②:

$$h = \frac{1}{2} g \left(\frac{s}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 - v_0 \cdot \sin\alpha \, \frac{s}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

$$= \frac{g}{2} \left(\frac{s}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 - s \cdot \tan\alpha = \frac{9{,}81}{2} \left(\frac{26{,}21}{20 \cdot \cos 20^\circ}\right)^2 m - 26{,}21 m \cdot \tan 20^\circ$$

$$= 9{,}5398 m - 9{,}5397 m \approx \underline{\underline{0{,}00 m}}$$

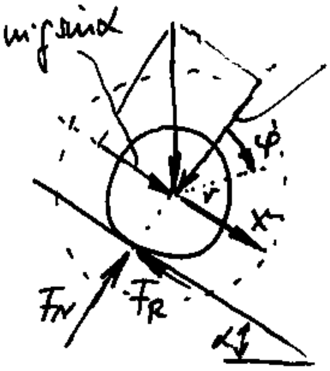
b) $a_n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \underline{\underline{\rho}} = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v \cdot \cos\alpha)^2}{g} = \frac{(20 \cdot \cos 20^\circ)^2}{9{,}81} m = \underline{\underline{36{,}005 \approx 36{,}0 m}}$

zu 5) $\underline{\underline{m}} = \pi\left(r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right) \cdot b \cdot \rho + \pi\left((2r)^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right) b \cdot \rho = \ldots = \underline{\underline{\frac{9}{2} \pi \rho b r^2}}$

$J = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot b r^4$

$\underline{\underline{J_s}} = \frac{\pi}{2} \rho \cdot b \left[r^4 - \left(\frac{r}{2}\right)^4\right] + \frac{\pi}{2} \rho \cdot b \left[(2r)^4 - \left(\frac{r}{2}\right)^4\right] = \ldots = \underline{\underline{\frac{135}{16} \pi \cdot \rho \cdot b r^4}}$

$$\frac{J_s}{m} = \frac{\frac{135}{16} \pi \rho b r^4}{\frac{9}{2} \pi \rho b r^2} = \ldots = \frac{15}{8} r^2 \Rightarrow \underline{\underline{J_s = \frac{15}{8} \cdot m r^2}}$$



$m\ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_R$ ①

$J_s \ddot{\varphi} = F_R \cdot r \Rightarrow F_R = \frac{J_s \cdot \ddot{\varphi}}{r}$ ②

eingesetzt ② in ①:

$$m\ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin\alpha - \frac{J_s \cdot \ddot{\varphi}}{r}$$

Mit $J_s = \frac{15}{8} m r^2$ und $\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{r}$ ergibt sich:

$$\cancel{m} \ddot{x} = \cancel{m} g \cdot \sin\alpha - \frac{1}{\cancel{r}} \cdot \frac{15}{8} \cancel{m} r^2 \frac{\ddot{x}}{\cancel{r}}$$

$$\underbrace{\ddot{x} + \frac{15}{8} \ddot{x}}_{\frac{23}{8} \ddot{x}} = g \cdot \sin\alpha$$

$$\underline{\underline{\ddot{x} = a = \frac{8}{23} g \cdot \sin\alpha}}$$

Lösungen Technische Mechanik III vom 23.01.06 Blatt 5

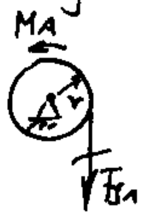
FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 23.01.2006

5.c) Kräftebilanz in „Normalrichtung" ergibt $F_N = m\cdot g\cdot\cos\alpha$

$$\mu_{erf} = \frac{F_R}{F_N} = \frac{m\cdot g\cdot\sin\alpha - m\ddot{x}}{m\cdot g\cos\alpha} \quad \leftarrow \text{aus } (1)$$

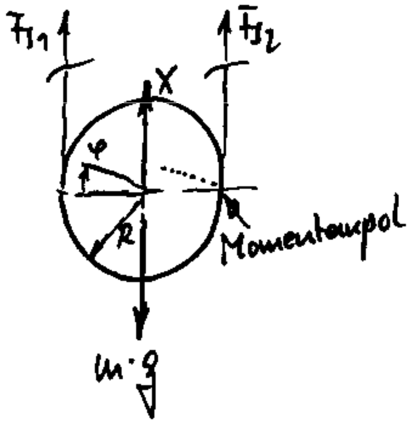
$$= \frac{g\cdot\sin\alpha - \frac{8}{23}g\cdot\sin\alpha}{g\cdot\cos\alpha} = \left(\frac{23}{23}-\frac{8}{23}\right)\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \underline{\underline{\frac{15}{23}\cdot\tan\alpha}}$$

zu 6) Teilsystem:



$$\underbrace{J}_{=0}\cdot\ddot{\varphi} = F_{S}\cdot r - M_A \Rightarrow M_A = F_{S1}\cdot r$$

Teilsystem:



$$m\ddot{x} = F_{S1} + F_{S2} - m\cdot g \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} J_S\ddot{\varphi} = F_{S1}\cdot R - F_{S2}\cdot R \\ \ddot{x} = \ddot{\varphi}\cdot R \end{array}\right\} J_S\frac{\ddot{x}}{R} = F_{S1}\cdot R - F_{S2}\cdot R$$

$$\frac{J_S}{R^2}\cdot\ddot{x} = F_{S1} - F_{S2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}m\cancel{R^2}}{\cancel{R^2}}\ddot{x} = F_{S1} - F_{S2}$$

$$F_{S1} = F_{S2} + \frac{1}{2}m\ddot{x}$$

in (1): $m\ddot{x} = F_{S2} + \frac{1}{2}m\ddot{x} + F_{S2} - m\cdot g$

$$\frac{1}{2}m\underbrace{\ddot{x}}_{a} = 2F_{S2} - m\cdot g \Rightarrow \underline{\underline{F_{S2}}} = \frac{1}{2}m\cdot g + \frac{1}{4}ma = \underline{\underline{m\left(\frac{g}{2}+\frac{a}{4}\right)}}$$

„Rückeinsetzen":

$$\underline{F_{S1}} = m\left(\frac{g}{2}+\frac{a}{4}\right) + \frac{1}{2}m\underbrace{\ddot{x}}_{a} = \underline{\underline{m\left(\frac{g}{2}+\frac{3\cdot a}{4}\right)}}$$

in Gleichung „ganz oben":

$$\underline{M_A} = F_{S1}\cdot r = m\left(\frac{g}{2}+\frac{3a}{4}\right)\cdot r = \underline{\underline{\frac{m\cdot r}{4}(2g+3a)}}$$