Fachhochschule Koblenz   Blatt 1 von 3   Name ______________________
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau   WS 06/07   Matr.-Nr. ______________________

Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

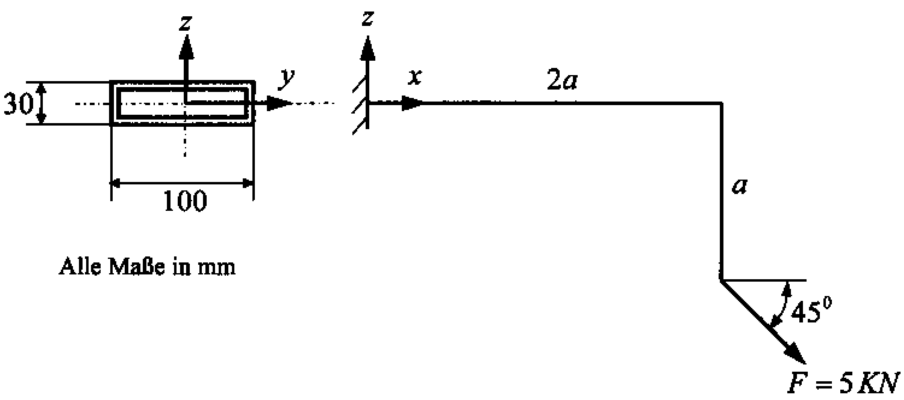
Erlaubte Hilfsmittel :
- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Vorzeichenfestlegung der ..."
- Formelsammlung "Gleichförmige Bewegung ..."
- Formelsammlung "Newton: ..."
- Formelsammlung "Massenträgheitsmomente: ..."

- Die folgenden Hilfsblätter aus "früheren Zeiten" dürfen auch noch verwandt werden:
  - Schwerpunkte von Flächen und Linien
  - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
  - Durchbiegungen und Neigungswinkel der ...
  - Knicken - Formeln und Daten
  - Querschnittsgrößen bei der Torsion von Stäben mit nicht kreisförmigem ...

Note : ______________________

Aufgabe 1 (27P)

Die abgebildete Konstruktion besteht aus Vierkantrohr. Die Außenmaße des Vierkantrohres betragen 30mm x 100mm. Die Wandstärke sei t=5mm (=konstant). Das Maß a beträgt a=400mm. Zu untersuchen sind die Spannungsverhältnisse an der Einspannstelle.



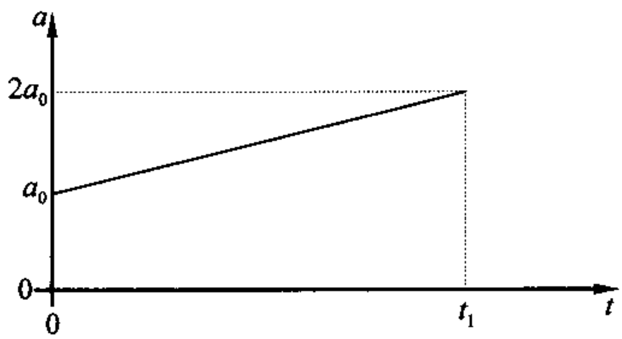
a. Bestimmen Sie den Ort und die Größe der maximalen Normalspannung!

b. Wo liegt die neutrale Faser?

c. Wie groß ist die Schubspannung infolge der Querkraft bei z=0mm ?

Aufgabe 2 (15P)

Ein Massepunkt wird gemäß dem dargestellten zeitlichen Verlauf beschleunigt. Zum Zeitpunkt t=0 ist der Massepunkt in Ruhe. Gegeben sind die Endgeschwindigkeit v_1 des Massepunktes nach dem Abschluss des Beschleunigungsvorganges und der während der Beschleunigung zurückgelegte Weg s_1.



a. Bestimmen Sie die Beschleunigungszeit t_1 und den Wert für a_0 (formelmäßige und numerische Lösung)!

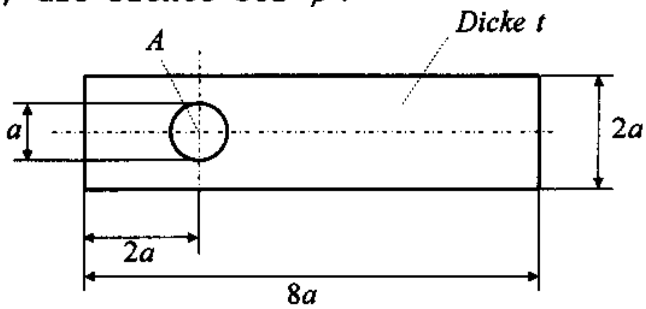
b. Wie groß ist die während des Beschleunigungsvorganges geleistete Arbeit, wenn die Masse des Massepunktes m=2kg beträgt (nur numerische Lösung)?

Zahlenwerte für die numerische Lösung: $v_1 = 45m/s$; $s_1 = 200m$

Aufgabe 3 (14P)

Für den abgebildeten Flachstahl mit der eingetragenen Bohrung (Durchmesser a) ist das Massenträgheitsmoment bezüglich der Drehachse A (Drehachse senkrecht zur Zeichenebene) zu bestimmen! Die Dicke t des Flachstahls ist konstant, die Dichte sei ρ.

Ziel: $J_A = f(a,t,\rho) = ?$

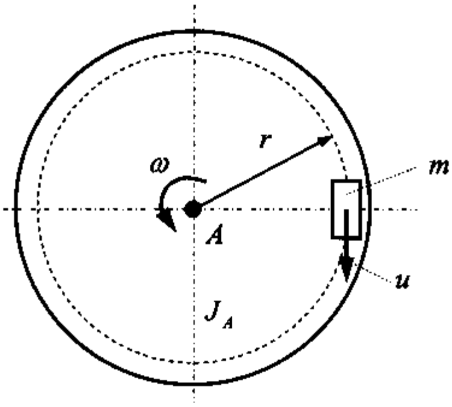


Aufgabe 4 (8P)

Auf einer reibungsfrei drehbar gelagerten Scheibe (Drehpunkt A) mit dem Massenträgheitsmoment J_A steht ein Wagen mit der Masse m. Das System befindet sich zum Zeitpunkt t=0 in Ruhe. Dann fährt der Wagen mit der Relativgeschwindigkeit u in Umfangsrichtung. Infolge dessen dreht sich die Scheibe mit der Winkelgeschwindigkeit ω.

Wie groß ist die sich einstellende Winkelgeschwindigkeit ω?

Geg.: m, u, r, J_A



Aufgabe 5 (16P)

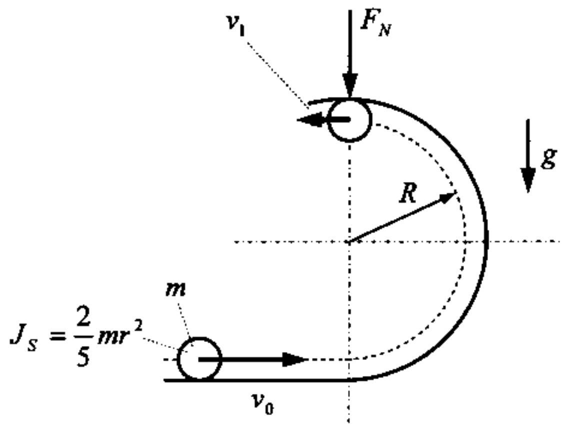
Eine Kugel mit dem Radius r und der Masse m rollt horizontal mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0. Dann durchläuft die Kugelbahn einen Halbkreis. Der Hebelarm der Rollreibung sei stets gleich Null.
Annahme: Der Haftreibungskoeffizient zwischen Kugel und Bahn sei stets so groß, dass die Kugel nicht rutscht.

a. Wie groß ist die Geschwindigkeit v_1 im oberen Totpunkt (Hochpunkt der Bahn, siehe Abbildung)?

b. Wie groß ist die Normalkraft F_N in diesem oberen Totpunkt?

c. Wie groß muss v_0 mindestens sein, damit im oberen Totpunkt die Normalkraft gerade Null wird?

Geg.: m, g, r, R, v_0



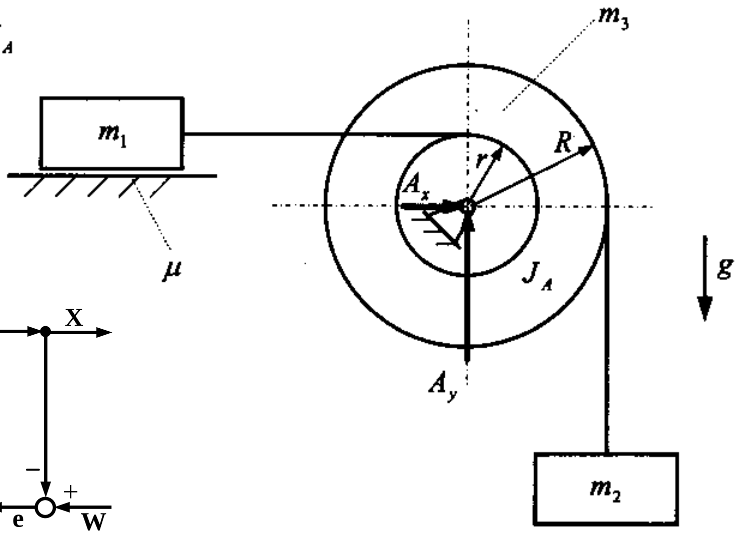
Aufgabe 6 (20P)

Die abgesetzte Rolle (Massenträgheitsmoment J_A) ist reibungsfrei gelagert. Die Seile seien starr und masselos.
Das System ist zunächst in Ruhe. Das System kommt durch die Gewichtskraft der Masse m_2 in Bewegung.

a. Wie groß ist die sich einstellende Winkelbeschleunigung der Rolle?

b. Wie groß sind die Lagerkräfte A_x und A_y während der Beschleunigungsphase?

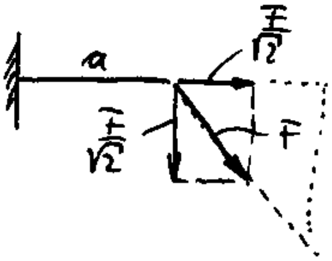
Geg.: $g, r, R, \mu, m_1, m_2, m_3, J_A$



Lösungen Technische Mechanik III 23.01.07 Blatt 1

FH Koblenz
FB Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 23.01.2007

1,a)



$$N = \frac{F}{\sqrt{2}} = \frac{5000\,N}{\sqrt{2}} = 3535{,}5\,N$$

$$M_b = \frac{F}{\sqrt{2}} \cdot a = \frac{5000\,N}{\sqrt{2}} \cdot 400\,mm = 1414{,}2\,Nm$$

$$A = (30 \cdot 100 - 20 \cdot 90)\,mm^2 = 1200\,mm^2$$

$$J = \frac{1}{12}(100 \cdot 30^3 - 90 \cdot 20^3)\,mm^4 = 165000\,mm^4$$

$$W_b = \frac{J}{e} = \frac{165000}{15}\,mm^3 = 11000\,mm^3$$

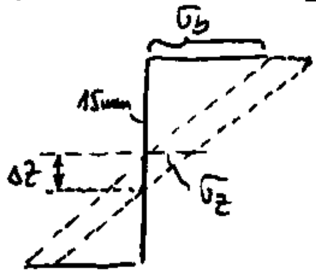
$$\sigma_z = \frac{N}{A} = \frac{3535{,}5}{1200}\,N/mm^2 = 2{,}946\,N/mm^2$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{1414{,}2 \cdot 1000}{11000}\,N/mm^2 = 128{,}56\,N/mm^2$$

größte Normalspannung bei $z = +15\,mm$ (oben)

$$\underline{\sigma} = \sigma_z + \sigma_b = \ldots = \underline{\underline{131{,}51\,N/mm^2}}$$

1,b)



$$\frac{\sigma_b}{15\,mm} = \frac{\sigma_z}{\Delta z} \Rightarrow \Delta z = \frac{\sigma_z}{\sigma_b} \cdot 15\,mm = \frac{2{,}946}{128{,}56} \cdot 15\,mm$$

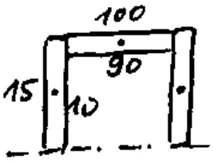
$$= \underline{\underline{0{,}344\,mm}}$$

(unterhalb $z = 0$)

oder: $$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_b}{J} \cdot z \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{z}} = -\frac{N \cdot J}{M_b \cdot A} = -\frac{3535{,}5 \cdot 165000}{1414{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1200}\,mm = \underline{\underline{-0{,}344\,mm}}$$

1,c) $Q = N = 3535{,}5\,N$



$$H_y = \frac{1}{2}(100 \cdot 15^2 - 90 \cdot 10^2)\,mm^3 = 6750\,mm^3$$

oder: $$H_y = (90 \cdot 5 \cdot 12{,}5 + 2 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 7{,}5)\,mm^3 = 6750\,mm^3$$

$$\underline{\underline{\tau_q(z=0)}} = \frac{Q \cdot H_y}{J_y \cdot b} = \frac{3535{,}5 \cdot 6750}{165000 \cdot 10}\,\frac{N}{mm^2} = \underline{\underline{14{,}46\,N/mm^2}}$$

Lösungen Technische Mechanik III 23.01.07 Blatt 2

2,a) $a(t) = a_0 + \frac{a_0}{t_1} \cdot t$

$$v(t) = \int a(t)\,dt + C_1 = \ldots = a_0 \cdot t + \frac{1}{2}\frac{a_0}{t_1} t^2 + \cancel{C_1} \to 0 \ (AB)$$

$$t = t_1: \quad v_1 = a_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2}\frac{a_0}{t_1} t_1^2 = \frac{3}{2} a_0 \cdot t_1 \qquad (1)$$

$$s(t) = \int v(t)\,dt + C_2 = \ldots = \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{1}{6}\frac{a_0}{t_1} t^3 + \cancel{C_2} \to 0 \ (AB)$$

$$t = t_1: \quad s_1 = \frac{1}{2} a_0 t_1^2 + \frac{1}{6}\frac{a_0}{t_1} t_1^3 = \frac{2}{3} a_0 t_1^2 \qquad (2)$$

fe (1): $a_0 = \frac{2 \cdot v_1}{3 t_1}$ in (2): $s_1 = \frac{2}{3}\frac{2 \cdot v_1}{3 t_1} \cdot t_1^2 = \frac{4}{9} v_1 t_1$

$$t_1 = \frac{9 \cdot s_1}{4 \cdot v_1} = \frac{9 \cdot 200\,m}{4 \cdot 45\,m/s} = 10\,s$$

Rückeinsetzen:

$$a_0 = \frac{2 \cdot v_1}{3 \frac{9 \cdot s_1}{4 \cdot v_1}} = \frac{8 v_1^2}{27 s_1} = \frac{8 \cdot 45^2}{27 \cdot 200}\,m/s^2 = 3\,m/s^2$$

b) $W_{01} = \Delta E_{kin} = \frac{m}{2}(v_1^2 - 0^2) = \frac{2}{2} \cdot 45^2\,J = 2025\,J$

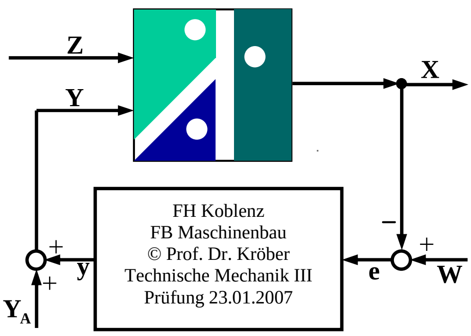
3) $J_A = \frac{1}{12} m (b^2 + h^2) + m \cdot \tilde{a}^2 - \frac{1}{2} \tilde{m} \cdot r^2$ „Steiner Anteil"

$$= \frac{1}{12} \underbrace{8 \cdot a \cdot 2a \cdot t \cdot \rho}_{m} \left((8a)^2 + (2a)^2\right) + \underbrace{8a \, 2a \, t \cdot \rho}_{m} \underbrace{(2a)}_{\tilde{a}}^2 - \frac{1}{2} \underbrace{a^2 \frac{\pi}{4} \cdot t \cdot \rho}_{\tilde{m}} \underbrace{\left(\frac{a}{2}\right)}_{r}^2$$

$$= \frac{4}{3} a^2 t \cdot \rho \, (64 a^2 + 4 a^2) + 64 a^4 \cdot t \cdot \rho - \frac{\pi}{32} a^4 \cdot t \cdot \rho$$

$$= \frac{272}{3} a^4 t \rho + 64 a^4 t \rho - \frac{\pi}{32} a^4 t \rho$$

$$J_A = \underbrace{\left(\frac{464}{3} - \frac{\pi}{32}\right)}_{\approx 154{,}568} a^4 \cdot t \cdot \rho$$



4) $L_{vorher} = L_{nachher}$ $\qquad \vec{L} = J\cdot\vec{\omega} \qquad \vec{L} = \vec{r} \times m\cdot\vec{v}$

$$\circlearrowleft +) \quad 0 = J_A\cdot\omega + r\cdot m(\omega\cdot r - u)$$

$$r\cdot m\cdot u = (J_A + r^2 m)\,\omega$$

$$\underline{\underline{\omega = \frac{r\cdot m\cdot u}{J_A + r^2 m}}}$$

5, a) $\frac{m}{2}v_0^2 + \frac{J_S}{2}\omega_0^2 = \frac{m}{2}v_1^2 + \frac{J_S}{2}\omega_1^2 + m\cdot g\cdot \underbrace{h}_{2R}$; $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$; $\omega_1 = \frac{v_1}{r}$

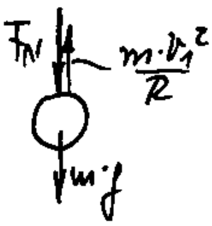
$$\frac{\cancel{m}}{2}v_0^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{r^2}\frac{v_0^2}{\cancel{r^2}} = \frac{\cancel{m}}{2}v_1^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}\cancel{m}\cdot\cancel{r^2}\frac{v_1^2}{\cancel{r^2}} + \cancel{m}\cdot g\cdot 2R$$

$$\frac{7}{10}v_0^2 = \frac{7}{10}v_1^2 + 2gR$$

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{20}{7}g\cdot R$$

$$\underline{\underline{v_1 = \sqrt{v_0^2 - \frac{20}{7}g\cdot R}}}$$

b)

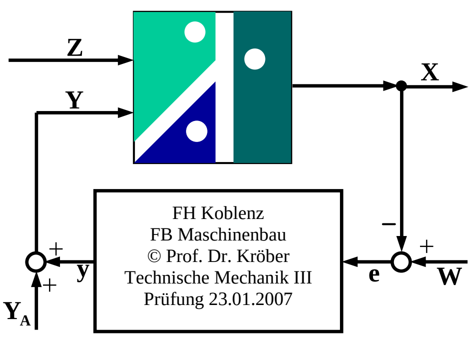


$$F_N = \frac{m\cdot v_1^2}{R} - m\cdot g = \frac{m}{R}\left(v_0^2 - \frac{20}{7}g\cdot R\right) - m\cdot g$$

$$= \frac{m}{R}\left(v_0^2 - \frac{20}{7}g\cdot R - g\cdot R\right)$$

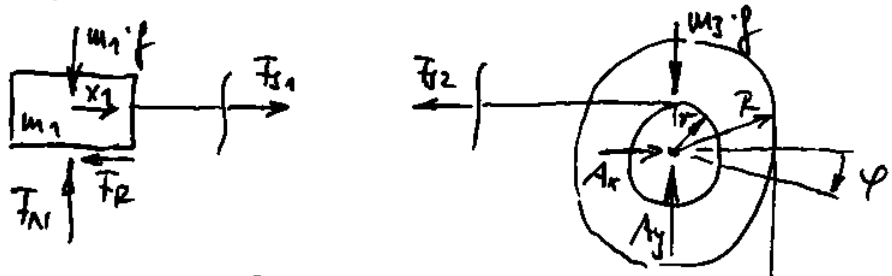
$$\underline{\underline{F_N}} \qquad \underline{\underline{= \frac{m}{R}\left(v_0^2 - \frac{27}{7}g\cdot R\right)}}$$

c) $F_N = 0$: $\underline{\underline{v_0 = \sqrt{\frac{27}{7}g\cdot R}}}$

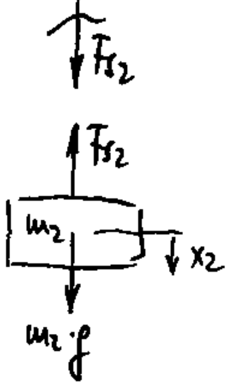


Lösungen Technische Mechanik III 23.01.07 Blatt 4

6,a)



$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{S1} - F_R$$
$$F_R = \mu \cdot F_N$$
$$F_N = m_1 \cdot g$$
$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{S1} - \mu m_1 \cdot g$$
$$F_{S1} = m_1 \ddot{x}_1 + \mu m_1 \cdot g$$



$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - F_{S2} \Rightarrow F_{S2} = m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x}_2$$

$$J_A \ddot{\varphi} = F_{S2} \cdot R - F_{S1} \cdot r$$
$$= (m_2 \cdot g - m_2 \cdot \ddot{x}_2) R - (m_1 \ddot{x}_1 + \mu m_1 \cdot g) r \quad ; \ddot{x}_2 = \ddot{\varphi} \cdot R ; \ \ddot{x}_1 = \ddot{\varphi} \cdot r$$
$$J_A \ddot{\varphi} = m_2 \cdot g \cdot R - m_2 \ddot{\varphi} \cdot R^2 - m_1 \ddot{\varphi} \cdot r^2 - \mu m_1 \cdot g \cdot r$$
$$(J_A + m_1 r^2 + m_2 R^2) \ddot{\varphi} = m_2 \cdot g \cdot R - \mu m_1 \cdot g \cdot r$$
$$\ddot{\varphi} = \frac{m_2 \cdot R - \mu \cdot m_1 \cdot r}{J_A + m_1 r^2 + m_2 R^2} \cdot g$$

6,b) $A_x = F_{S1} = m_1 \ddot{\varphi} \cdot r + \mu m_1 \cdot g$

$$= \ldots = m_1 \cdot g \left(\frac{m_2 \cdot R - \mu \cdot m_1 \cdot r}{J_A + m_1 r^2 + m_2 R^2} \, r + \mu \right)$$

$$A_y = m_3 \cdot g + F_{S2} = m_3 \cdot g + m_2 \cdot g - m_2 \ddot{\varphi} \cdot R$$

$$= \ldots = g \left[m_3 + m_2 \left(1 - \frac{m_2 \cdot R - \mu \cdot m_1 \cdot r}{J_A + m_1 r^2 + m_2 R^2} \, R \right) \right]$$