

Technische Mechanik III
 Prof. Dr. W. Kröber

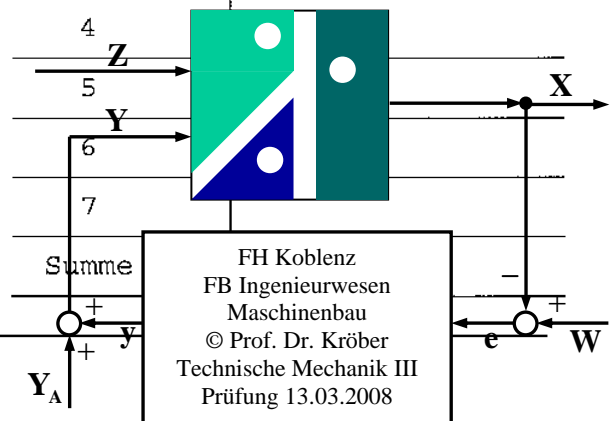
Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Diplomstudiengang: Aufgaben 1 bis 6
 Bachelorstudiengänge: Aufgaben 2 bis 7

Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	



Erlaubte Hilfsmittel (Diplomstudiengang):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Vorzeichenfestlegung der ..."
- Formelsammlung "Gleichförmige Bewegung ..."
- Formelsammlung "Newton: ..."
- Formelsammlung "Massenträgheitsmomente: ..."

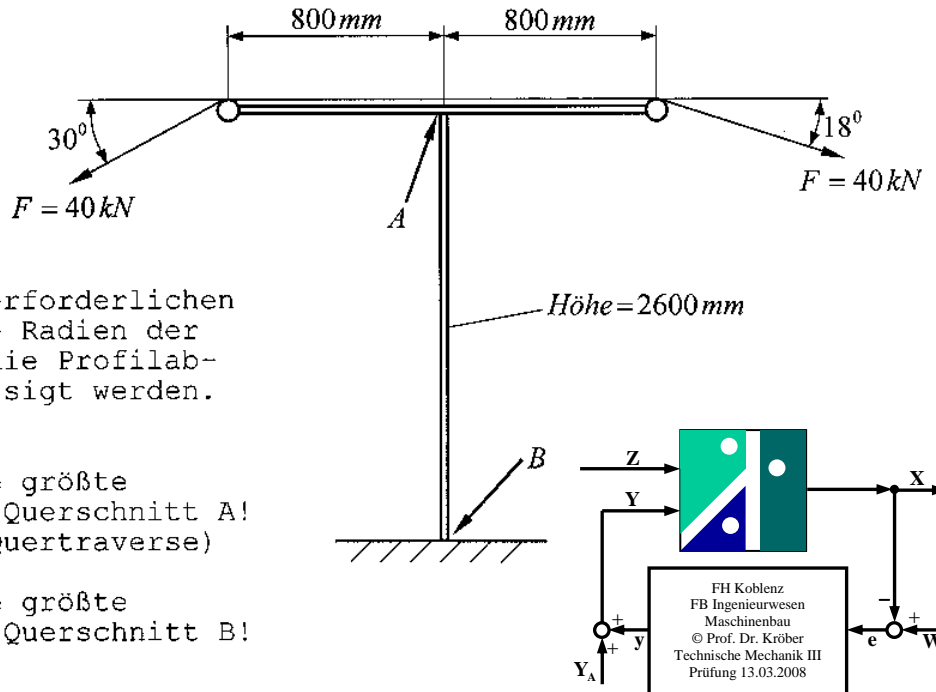
- Die folgenden Hilfsblätter aus "früheren Zeiten" dürfen auch noch verwandt werden:
 - Schwerpunkte von Flächen und Linien
 - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
 - Durchbiegungen und Neigungswinkel der ...
 - Knicken - Formeln und Daten
 - Querschnittsgrößen bei der Torsion von Stäben mit nicht kreisförmigem ...

Erlaubte Hilfsmittel (Bachelorstudiengänge):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter oder alle Blätter)

Aufgabe 1 (18 P)

Die Abbildung zeigt die Stütze einer Seilbahn. Das Seil wird über zwei Rollen geführt. Die Rollen sind jeweils an den Enden einer Quertraverse befestigt. Als Querschnitt wird quadratisches Vierkantrrohr verwendet (Breite außen 120mm; Wandstärke 12mm d.h. die lichte Weite beträgt 96mm).



Zur Bestimmung der erforderlichen Hebelarme können die Radien der Umlenkrollen sowie die Profilabmessungen vernachlässigt werden.

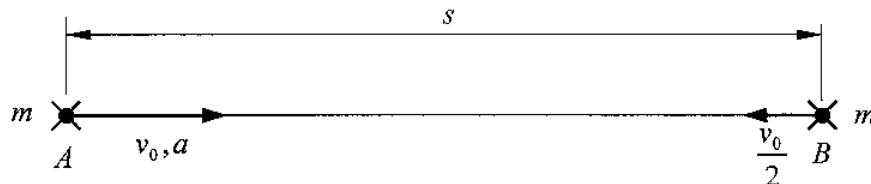
- Bestimmen Sie die größte Druckspannung im Querschnitt A! (linker Arm der Quertraverse)
- Bestimmen Sie die größte Druckspannung im Querschnitt B!

Aufgabe 2 (17 P)

Zwei Fahrzeuge sind anfangs den Abstand s voneinander entfernt und bewegen sich aufeinander zu. Fahrzeug A hat anfangs eine Fahrgeschwindigkeit von v_0 , Fahrzeug B ist genau halb so schnell. Fahrzeug B fährt mit konstanter Geschwindigkeit, während Fahrzeug A mit $a = \text{konst}$ beschleunigt. Untersucht wird der Zeitraum, bis beide Fahrzeuge sich treffen.

Bemerkung: Die Luft- und Fahrwiderstände werden vernachlässigt.

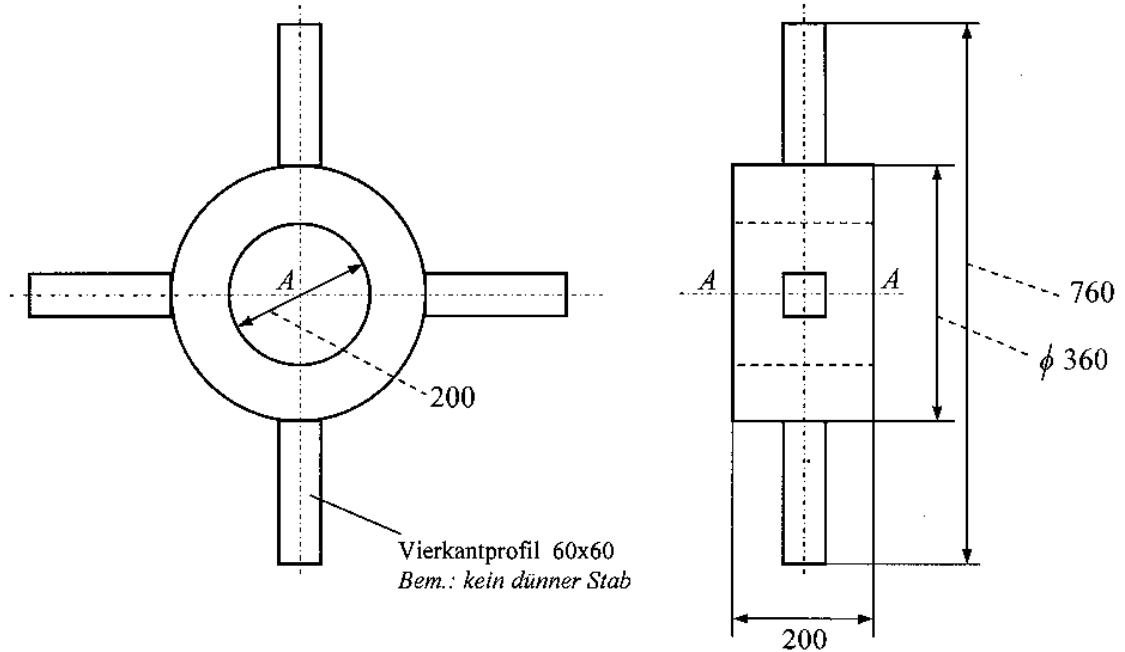
Zahlenwerte: $m = 1200 \text{ kg}$, $v_0 = 72 \text{ km/h}$, $a = 2 \text{ m/s}^2$, $s = 175 \text{ m}$



- Bestimmen Sie formelmäßig und zahlenmäßig den Zeitpunkt, wann sich beide Fahrzeuge treffen!
- Welche Antriebsleistung [in kW] des Fahrzeuges A ist zu Beginn und am Ende der Beschleunigungsphase erforderlich?
Bem.: nur zahlenmäßige Lösung erforderlich
- Welche Arbeit muss der Antrieb von Fahrzeug A während der Beschleunigungsphase leisten [in kJ]?
Bem.: nur zahlenmäßige Lösung erforderlich

Aufgabe 3 (18 P)

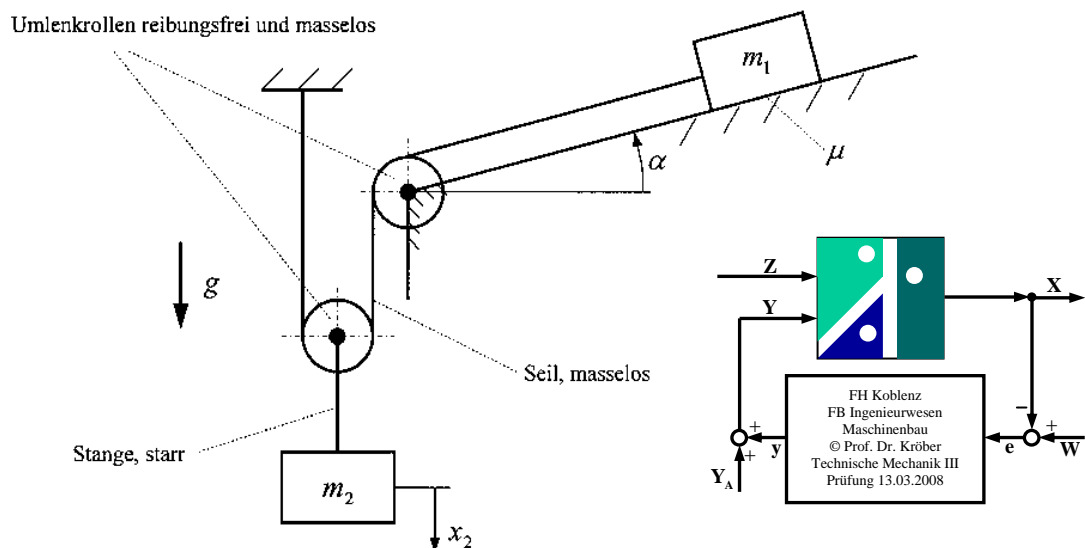
Das abgebildete System besteht aus einer Buchse mit vier aufgesetzten Vierkantstäben (Vollmaterial). Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment J_A bezogen auf die Drehachse A! Geg.: Dichte $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
 Bem.: Alle angegebenen Maße in [mm]



Aufgabe 4 (18 P)

Bei dem abgebildeten System bewegt sich die Masse m_2 nach unten. Der Reibkoeffizient μ sei so groß, dass das Seil stets gespannt bleibt. Bestimmen Sie die Beschleunigung \ddot{x}_2 !

Geg.: m_1, m_2, g, μ, α

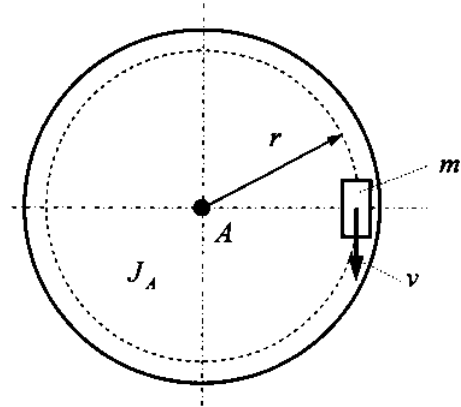


Ausgabe 5 (11 P)

Auf einer reibungsfrei drehbar gelagerten Scheibe (Drehpunkt A) mit dem Massenträgheitsmoment J_A fährt ein Wagen mit der Geschwindigkeit v im Kreis. Dabei befindet sich die Scheibe zunächst in Ruhe. Dann bremst der Wagen plötzlich ab, so dass er sich relativ zur Scheibe nicht mehr bewegt.

Zahlenwerte: $J_A = 2400 \text{ kgm}^2$; $m = 400 \text{ kg}$;
 $r = 2 \text{ m}$; $v = 4 \text{ m/s}$

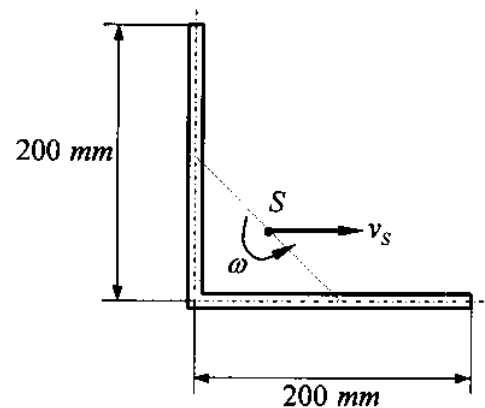
- Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω dreht sich das Gesamtsystem nach dem Abbremsvorgang des Wagens?
- Wie groß ist die Abnahme an kinetischer Energie während des Abbremsvorganges?



Aufgabe 6 (18 P)

Ein starrer Körper besteht aus zwei dünnen Stäben, die rechtwinklig zueinander angeordnet sind. Der Körper hat eine ähnliche Form wie ein Bumerang. Die Gesamtmasse beträgt $m_{ges}=2\text{kg}$. In dem betrachteten Augenblick beträgt die Geschwindigkeit des Schwerpunktes $v_s=10\text{m/s}$. Die Winkelgeschwindigkeit sei $\omega=100\text{s}^{-1}$.

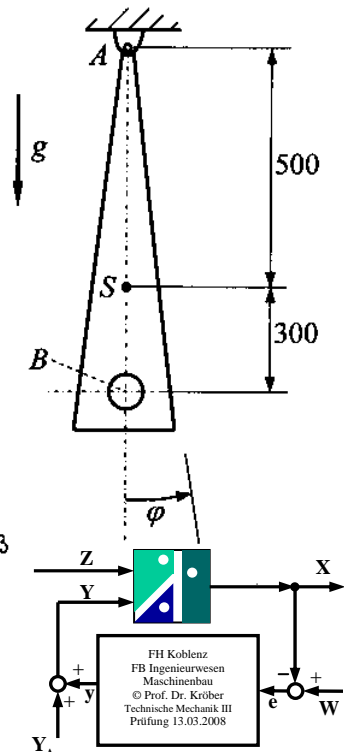
- Wo liegt der Momentanpol (Skizze!)?
- Wie groß ist die kinetische Energie $E_{kin\ trans}$ (translatorischer Anteil)?
- Wie groß ist die kinetische Energie $E_{kin\ rot}$ (rotatorischer Anteil)?
- Wie groß ist der Drall L_s (Drall bezogen auf den Schwerpunkt)?



Aufgabe 7 (18 P)

Das abgebildete System schwingt bei kleinen Auslenkungen (Drehpunkt Lager A) mit einer Periodendauer von $T_{OA} = 1,6\text{s}$. Die Masse des Teiles beträgt $m=2,5\text{kg}$. Ferner sei gegeben: $g=9,81\text{m/s}^2$
 Bem.: Alle Maße in [mm]

- Wie groß ist das auf den Schwerpunkt bezogene Massenträgheitsmoment J_s ?
- Wie groß ist der Maximalwert der kinetischen Energie beim Durchgang durch den unteren Totpunkt, falls die maximale Auslenkung $\varphi = \varphi_{max} = 5^\circ$ beträgt (Drehachse A)?
- Wie groß wäre die Periodendauer T_{OB} der Schwingung bei Drehung um die Drehachse B (kleine Auslenkungen)?
- Zusatzfrage zu a:
 Stellen Sie sich vor, die Zahlenangabe des Schwerpunktabstandes wäre nicht gegeben. Wie groß kann der Schwerpunktabstand dann höchstens sein?

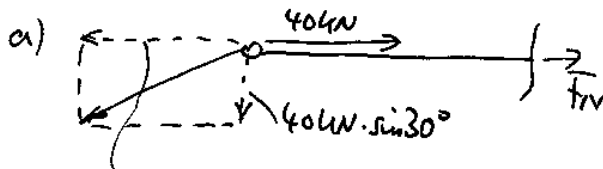
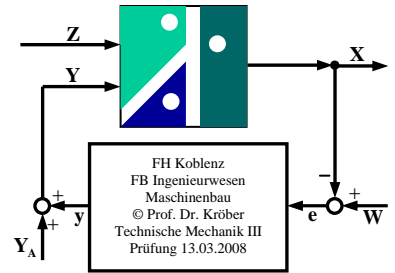


Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 13.03.08 Blatt 1

$$m1) J = \frac{1}{12} (H^4 - h^4) = \frac{1}{12} (120^4 - 96^4) \text{ mm}^4 = 10,202 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_b = \frac{J}{H/2} = \frac{\dots}{120/2} \text{ mm}^3 = 170,0 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$A = H^2 - h^2 = (120^2 - 96^2) \text{ mm}^2 = 5184 \text{ mm}^2$$



$$40 \text{ kN} \cdot \cos 30^\circ$$

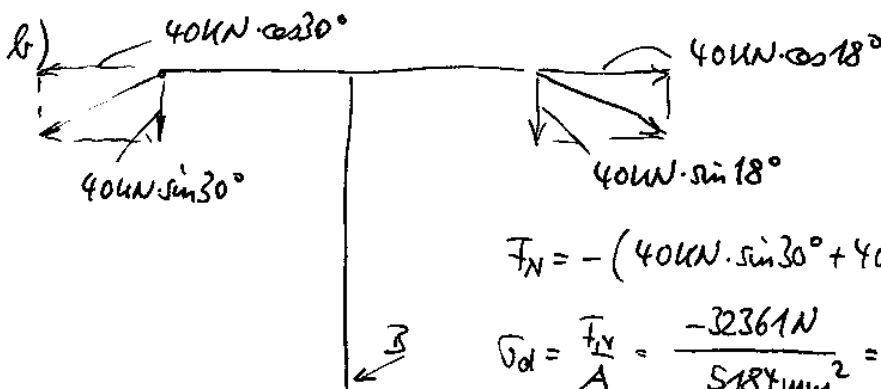
$$F_N = -40 \text{ kN} + 40 \text{ kN} \cdot \cos 30^\circ = -5359 \text{ N}$$

$$\sigma_d = \frac{F_N}{A} = \frac{-5359 \text{ N}}{5184 \text{ mm}^2} = -1,03 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$M_b = 40 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ \cdot 800 \text{ mm} = 16000 \text{ Nm}$$

$$\sigma_s = \frac{M_b}{W_b} = \frac{16000 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{170,0 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 94,10 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{wirden } \underline{\underline{\sigma_d = (-1,03 - 94,10) \text{ N/mm}^2 = -95,13 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck; unten)}}$$



$$F_N = -(40 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ + 40 \text{ kN} \cdot \sin 18^\circ) = -32361 \text{ N}$$

$$\sigma_d = \frac{F_N}{A} = \frac{-32361 \text{ N}}{5184 \text{ mm}^2} = -6,24 \text{ N/mm}^2$$

$$M_b = \underbrace{(40 \text{ kN} \cdot \cos 18^\circ - 40 \text{ kN} \cdot \cos 30^\circ) \cdot 2600 \text{ mm}}_{3401,2 \text{ N}} + \underbrace{(40 \text{ kN} \cdot \sin 18^\circ - 40 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ) \cdot 800 \text{ mm}}_{-7639,3 \text{ N}}$$

$$= 2731,8 \text{ Nm}$$

$$\sigma_s = \frac{M_b}{W_b} = \frac{2731,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{170,0 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 16,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\underline{\sigma_d = (-6,24 - 16,07) \text{ N/mm}^2 = -22,31 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck; rechts)}}$$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 13.03.08 / Bl. H2

zu 2.a) A: $v_A = v_0 + at$

B: $v_B = \frac{v_0}{2}$

$s_A = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$

$s_B = \frac{v_0}{2} \cdot t$

Summe: $s = s_A + s_B$

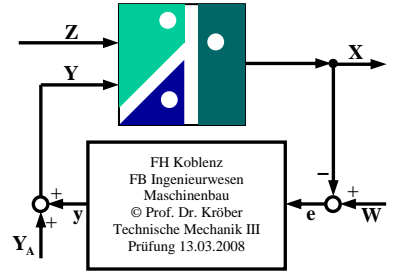
$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + \frac{v_0}{2} t$

$0 = \frac{1}{2} at^2 + \frac{3}{2} v_0 \cdot t - s \quad | \cdot \frac{2}{a}$

$0 = t^2 + \frac{3 \cdot v_0}{a} t - \frac{2s}{a}$

$t_{1(2)} = -\frac{3 \cdot v_0}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{3 \cdot v_0}{2a}\right)^2 + \frac{2s}{a}} = -\frac{3 \cdot \frac{72}{3,6}}{2 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{3 \cdot \frac{72}{3,6}}{2 \cdot 2}\right)^2 + \frac{2 \cdot 175}{2}} \quad | \cdot 5$

t = 5s



b) $\underline{\underline{P_{\text{Beginn}} = \underbrace{F \cdot v}_{m \cdot a} = m \cdot a \cdot v = 1200 \cdot 2 \cdot \frac{72}{3,6} \text{ W} = 48 \text{ kW}}}$

$v_{\text{Ende}} = v_0 + at = \left(\frac{72}{3,6} + 2 \cdot 5\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \underline{\underline{P_{\text{Ende}} = 1200 \cdot 2 \cdot 30 \text{ W} = 72 \text{ kW}}}$

c) $\underline{\underline{W = E_{\text{kin2}} - E_{\text{kin1}} = \frac{m}{2} (v_{\text{Ende}}^2 - v_{\text{Anfang}}^2) = \frac{1200}{2} (30^2 - 20^2) \text{ J} = 300 \text{ kJ}}}$

oder: $s_A = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = (20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2) \text{ m} = 125 \text{ m}$

$F = m \cdot a = 1200 \cdot 2 \text{ N} = 2400 \text{ N}$

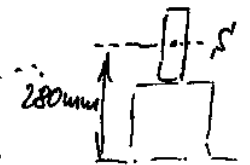
$\underline{\underline{W = F \cdot s_A = 2400 \text{ N} \cdot 125 \text{ m} = 300 \text{ kJ}}}$

zu 3) Buchse: $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot l = 7850 \cdot 0,12 \cdot \frac{\pi}{4} (0,36^2 - 0,2^2) \text{ kg} = 110,48 \text{ kg}$

$J_{\text{Buchse}} = m (v_a^2 + v_i^2) \cdot \frac{1}{2} = 110,48 (0,18^2 + 0,1^2) \cdot \frac{1}{2} \text{ kgm}^2 = 2,342 \text{ kgm}^2$

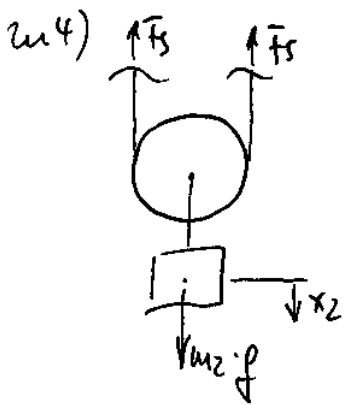
Vierkantstab: $m = \rho \cdot \alpha^2 \cdot l = 7850 \cdot 0,06^2 \cdot 0,12 \text{ kg} = 5,652 \text{ kg}$
(je Stab)

$J_{\text{Stab}} = m \left(l^2 + \frac{l^2}{12} + u^2 \right) = 5,652 \left(0,06^2 + \frac{0,12^2}{12} + 0,28^2 \right) \text{ kgm}^2 = 0,46365 \text{ kgm}^2$

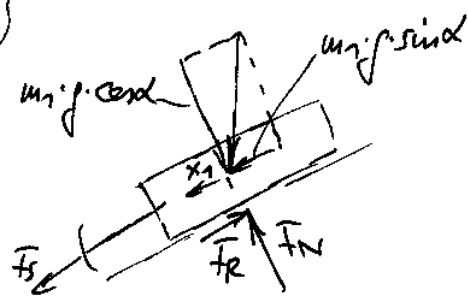


$\underline{\underline{J_{\text{ges}} = J_{\text{Buchse}} + 4 \cdot J_{\text{Stab}} = (2,342 + 4 \cdot 0,46365) \text{ kgm}^2 = 4,197 \text{ kgm}^2}}$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 13.03.08 Blatt 3



$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - 2 \cdot F_T \quad (1)$$



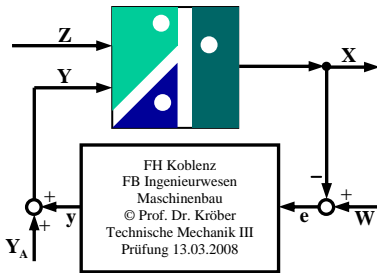
$$m_1 \ddot{x}_1 = F_T + m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - F_R$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$F_N = m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$$

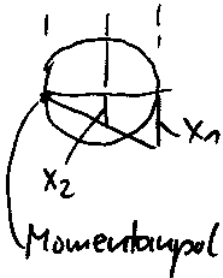
$$m_1 \ddot{x}_1 = F_T + m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$(2) \quad F_T = m_1 \ddot{x}_1 - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$$



(2) in (1):

$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - 2 (m_1 \ddot{x}_1 - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha)$$



$$\Rightarrow x_1 = 2 \cdot x_2 \quad \Rightarrow \ddot{x}_1 = 2 \cdot \ddot{x}_2$$

eingesetzt:

$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - 2 (m_1 \cdot 2 \cdot \ddot{x}_2 - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha)$$

$$(m_2 + 4 \cdot m_1) \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g + 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - 2 \cdot \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{m_2 + 2 \cdot m_1 (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)}{m_2 + 4 \cdot m_1} \cdot g$$

zu 5, a) $L_{vorher} = L_{nachher}$

$$r \cdot m \cdot v = J_{ps} \cdot \omega \quad ; \quad J_{ps} = J_A + m r^2$$

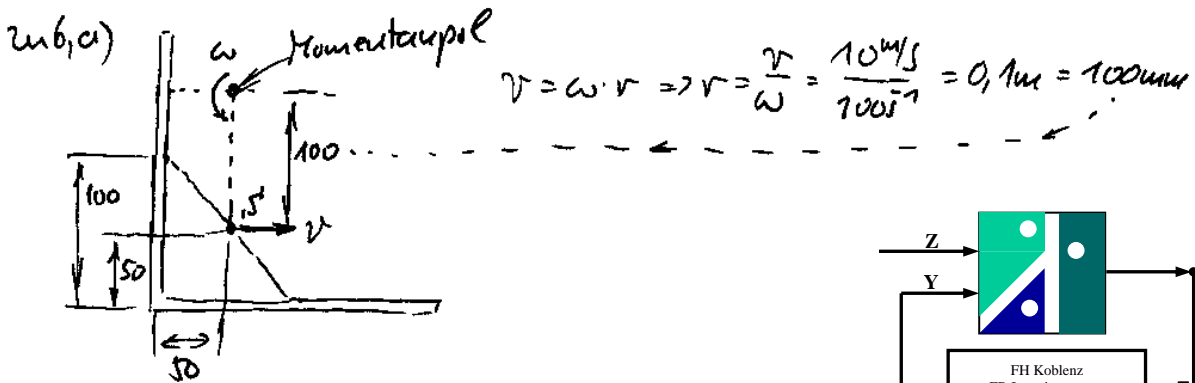
$$r \cdot m \cdot v = (J_A + m r^2) \omega \quad \Rightarrow \omega = \frac{r \cdot m \cdot v}{J_A + m r^2} = \frac{2 \cdot 400 \cdot 4}{2400 + 400 \cdot 2^2} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{0,805 \text{ s}^{-1}}}$$

b) $\Delta E_{kin} = E_{kin \text{ vorher}} - E_{kin \text{ nachher}}$

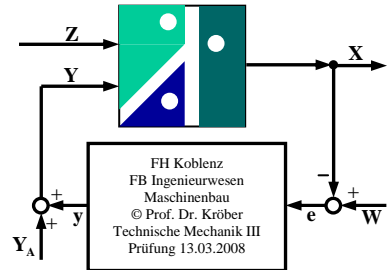
$$= \frac{m}{2} v^2 - \frac{1}{2} J_{ps} \omega^2 = \left(\frac{400}{2} \cdot 4^2 - \frac{1}{2} (2400 + 400 \cdot 2^2) \cdot 0,805^2 \right) \text{ J}$$

$$= \underline{\underline{3200 \text{ J} - 1280 \text{ J} = 1920 \text{ J}}}$$

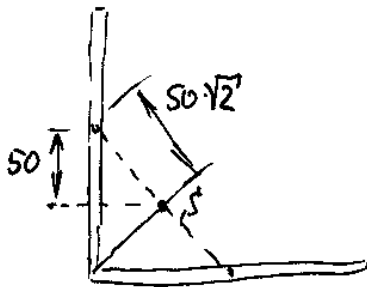
Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 13.03.08 Blatt 4



b) $E_{\text{kin,trans}} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{2}{2} \cdot 10^2 \text{ J} = \underline{\underline{100 \text{ J}}}$



c) Bem.: Jeder Schenkel $m_{\text{Schenkel}} = \frac{2 \text{ kg}}{2} = 1 \text{ kg}$



$$J_S = 2 \left[\frac{1}{12} m l^2 + m d^2 \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{12} \cdot 1 \text{ kg} \cdot (0,2 \text{ m})^2 + 1 \text{ kg} \cdot (0,050 \cdot \sqrt{2} \text{ m})^2 \right] = 0,016 \dots \text{ kgm}^2$$

↑ 2 Schenkel

$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} J_S \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,016 \dots \cdot 100^2 \text{ J} = \underline{\underline{83,3 \dots \text{ J}}}$

Probe (Jedes): $J_{\text{Momentenpol}} = J_S + m d^2 = (0,016 \dots + 2 \cdot 0,1^2) \text{ kgm}^2 = 0,036 \dots \text{ kgm}^2$

$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} J_{\text{Momentenpol}} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,036 \dots \cdot 100^2 \text{ J} = 183,3 \dots \text{ J}$

↑
100 J + 83,3 J

d) $L_S = J_S \cdot \omega = 0,016 \dots \text{ kgm}^2 \cdot 100 \text{ s}^{-1}$

$= \underline{\underline{1,6 \dots \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}}} \quad (= 1,6 \dots \text{ Nm} \cdot \text{s})$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 13.03.08 Blatt 5

$$m7, a) \omega_0^2 = \frac{m \cdot g \cdot l_s}{J_A} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T_{0A}} \right)^2 \quad ; \quad J_A = J_s + m \cdot l_s^2$$

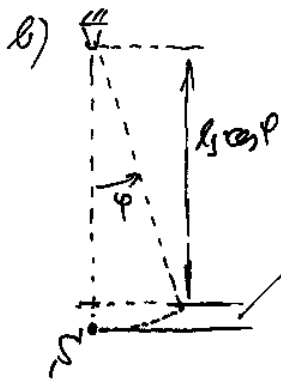
$$J_A = m \cdot g \cdot l_s \left(\frac{T_{0A}}{2 \cdot \pi} \right)^2 = J_s + m \cdot l_s^2$$

$$J_s = m \cdot g \cdot l_s \left(\frac{T_{0A}}{2 \cdot \pi} \right)^2 - m \cdot l_s^2 = m \cdot l_s \left[g \left(\frac{T_{0A}}{2 \cdot \pi} \right)^2 - l_s \right]$$

$$= 2,5 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m} \left[9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{1,6 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 - 0,5 \text{ m} \right]$$

$$= 0,6361 \text{ m}$$

$$= \underline{\underline{0,1702 \text{ kgm}^2}}$$

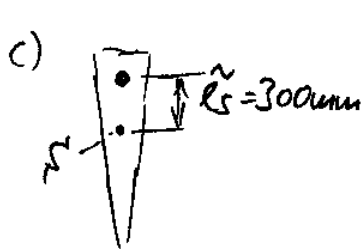


$$s_{li} = l_s - l_s \cos \varphi = l_s (1 - \cos \varphi)$$

$$E_{kin} = E_{pot} = m \cdot g \cdot s_{li} = m \cdot g \cdot l_s (1 - \cos \varphi)$$

$$= 2,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 \text{ m} (1 - \cos 5^\circ)$$

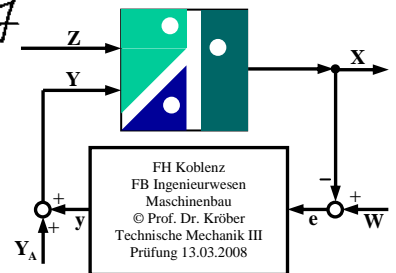
$$= \underline{\underline{0,0467 \text{ J}}}$$



$$\omega_{0B}^2 = \frac{m \cdot g \cdot \tilde{l}_s}{J_s + m \tilde{l}_s^2} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T_{0B}} \right)^2$$

$$T_{0B} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{J_s + m \tilde{l}_s^2}{m \cdot g \tilde{l}_s}}$$

$$= 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{0,1702 + 2,5 \cdot 0,3^2}{2,5 \cdot 9,81 \cdot 0,3}} \text{ s} = \underline{\underline{1,456 \text{ s}}}$$



d) $J_s \text{ stets } \geq 0$

$$\text{also } J_s = m \cdot l_s \left[\underbrace{g \left(\frac{T_{0A}}{2 \cdot \pi} \right)^2}_{>0} - l_s \right] ; \quad l_s < g \left(\frac{T_{0A}}{2 \cdot \pi} \right)^2 = 9,81 \left(\frac{1,6}{2 \cdot \pi} \right)^2 \text{ m}$$

$$\underline{\underline{l_s < 0,6361 \text{ m}}}$$