Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 3
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau WS 08/09

Name ______________________

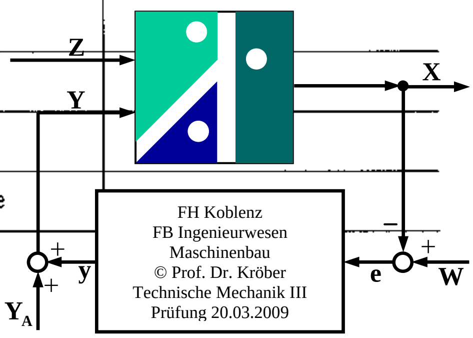
Matr.-Nr. ______________________

Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	



Note : ______________________

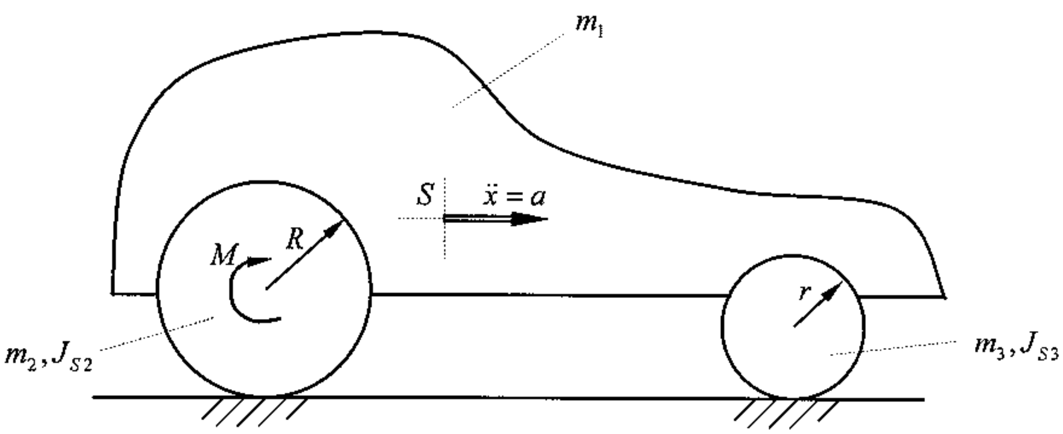
Erlaubte Hilfsmittel:
- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter *oder* alle Blätter)

Aufgabe 1 (14P)

An der Antriebsachse eines Fahrzeuges steht ein Antriebsmoment M zur Verfügung. In der Masse m_1 sind die Massen der beiden Hinterräder (m_2, sind 2 Stück) und der beiden Vorderräder (m_3, sind auch 2 Stück) nicht enthalten.

Anm: Das Fahrzeug hat insgesamt 4 Räder. Die Einzelmasse eines einzelnen Rades beträgt jeweils m_2 bzw. m_3. Das Massenträgheitsmoment eines einzelnen Rades beträgt jeweils J_{S2} bzw. J_{S3}.

Weitere Massenwirkungen werden vernachlässigt. Der Hebelarm der Rollreibung ist gleich Null. Die Räder rutschen nicht. Die Wirkung des Luftwiderstandes wird vernachlässigt.

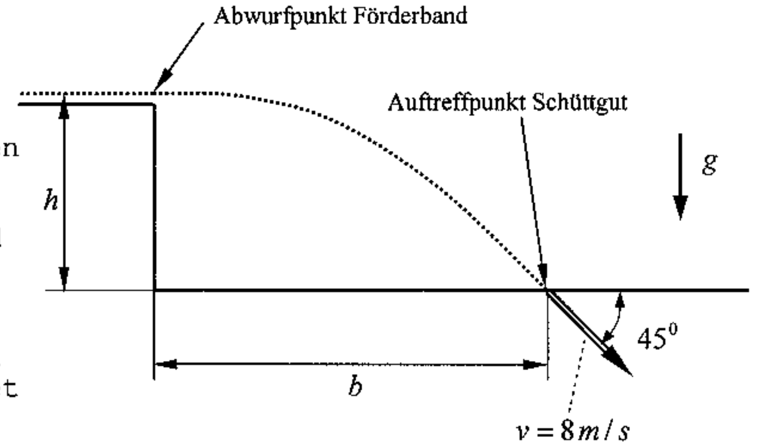


Ermitteln Sie eine Gleichung zur Bestimmung der Fahrzeugbeschleunigung!

Ziel: $\ddot{x} = a = f(M, m_1, m_2, m_3, J_{S2}, J_{S3}, R, r) = ?$

Aufgabe 2 (18P)

Das Ende eines Förderbandes soll so platziert werden, dass das Schüttgut unter einen Winkel von 45 Grad mit einer Geschwindigkeit von 8 m/s auftrifft. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.



a. Unter welchen Abständen b und h muss der Abwurfpunkt des Förderbandes angeordnet werden?

b. Wie groß sind die Krümmungsradien an die Bahnkurve im Abwurfpunkt und im Auftreffpunkt?

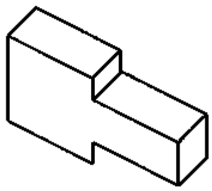
Aufgabe 3 (18P)

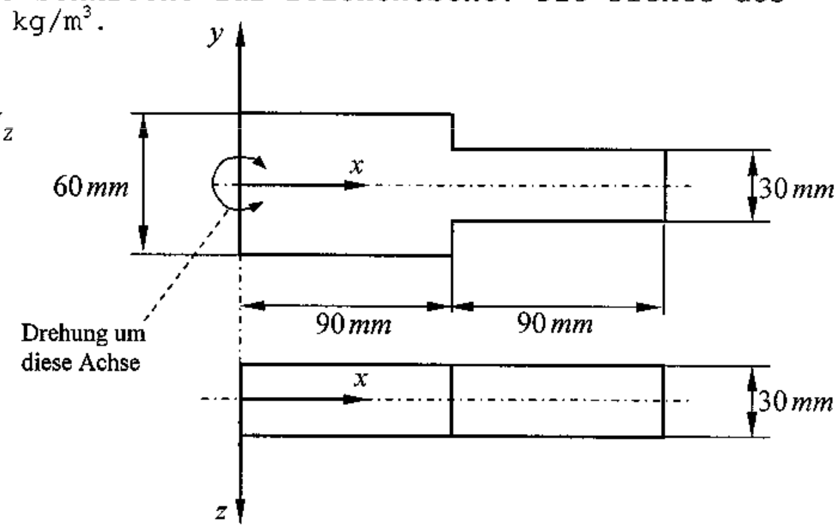
Der abgebildete Körper besteht aus 2 Quadern, die starr miteinander verbunden sind. Die Dicke der beiden Quader ist identisch (30 mm).

Untersucht werden soll eine Drehung um die z-Achse. In der oberen Ansicht ist es die Achse senkrecht zur Zeichenebene. Die Dichte des Körpers beträgt ρ=2700 kg/m^3.

Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment J_z bezüglich der z-Achse!

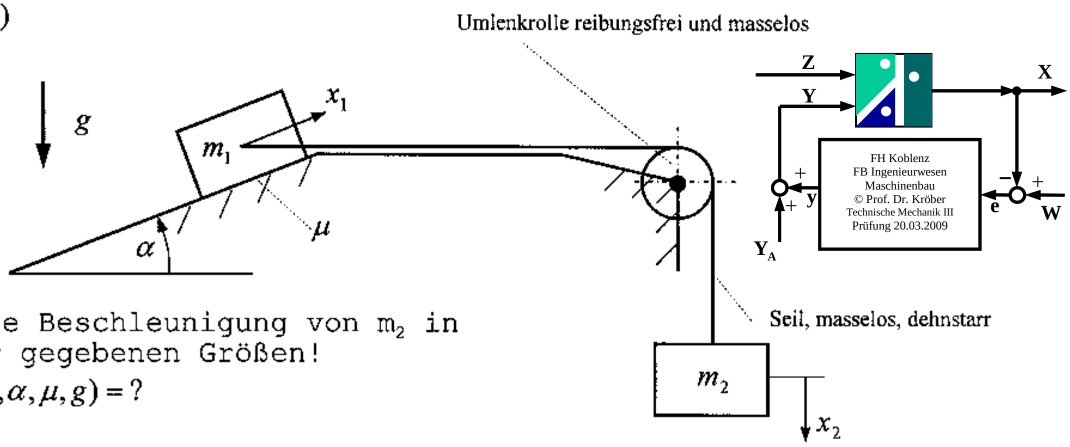
Hilfestellung:





Aufgabe 4 (20P)

Die beiden Massen sind über ein Seil verbunden. In der betrachteten Momentaufnahme verläuft geht das Seil von m_1 ausgehend gerade horizontal nach rechts. Für die Kopplung zwischen den beiden Wegkoordinaten gilt: $\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 \cdot \cos(\alpha)$



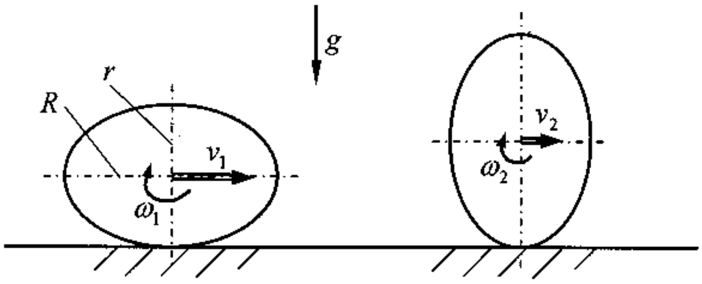
Bestimmen Sie die Beschleunigung von m_2 in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Ziel: $\ddot{x}_2 = f(m_1, m_2, \alpha, \mu, g) = ?$

Aufgabe 5 (12P)

Eine dünne Scheibe mit der Form einer Ellipse rollt auf einer ebenen Fläche. Zu Beginn der Betrachtung ist der Schwerpunkt der Ellipse auf dem tiefsten Punkt (in Abbildung links) und hat die Translationsgeschwindigkeit v_1. Wenig später erreicht der Schwerpunkt der Ellipse seinen höchsten Punkt. Dann beträgt die Translationsgeschwindigkeit des Schwerpunktes v_2.

Annahmen: Der Hebelarm der Rollreibung sei stets gleich Null. Die Ellipse führt stets eine rollende Bewegung durch, d.h. sie rutscht nicht.



Für die Ellipse gilt:

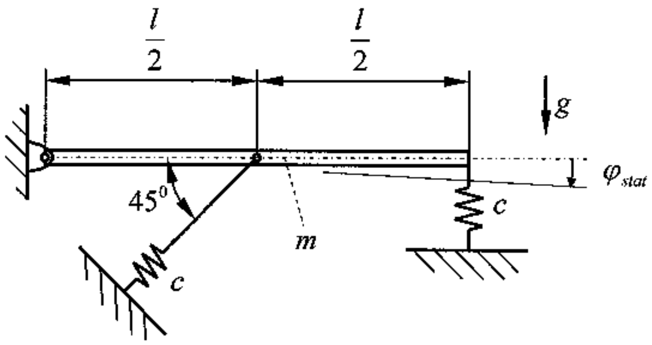
$$J_S = \frac{m}{4} \cdot (r^2 + R^2)$$

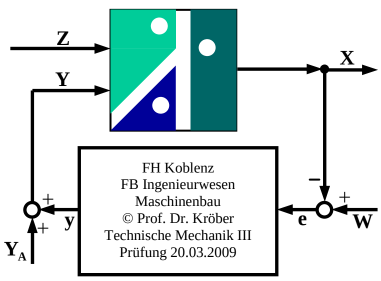
a. Wie groß ist die sich einstellende Translationsgeschwindigkeit v_2?
   Ziel: $v_2 = f(v_1, R, r, g) = ?$

b. Wie groß muss die Translationsgeschwindigkeit v_1 mindestens sein, damit die Ellipse in ihrem Hochpunkt gerade liegen bleibt?

Aufgabe 6 (18P)

Der abgebildete dünne Stab mit der Masse m und der Gesamtlänge l wird durch zwei Federn abgestützt.
Anm.: kleine Auslenkungen



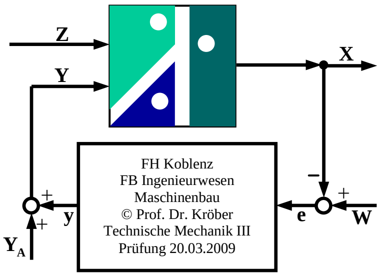


a. Bestimmen Sie von dem System die (gesamte) Drehsteifigkeit $c_{Dreh} = c_D$!

b. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 ?

c. Um welchen Winkel φ_{stat} dreht sich der dünne Stab infolge der Schwerkraftwirkung des Eigengewichtes des Stabes?

Lösungen Prüfung TM III vom 20.03.09 Blatt 1



zu 1) Bei Vernachlässigung der Massenwirkungen der Räder würde gelten:

$$m_1 \cdot \ddot{x} = F = \frac{M}{R} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{M}{R \cdot m_1}$$

m_1 muss erhöht werden um die Trägheitswirkung der Räder:

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v^2 + 2\left(\cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} J_{S2}\omega_2^2\right) + 2\left(\cancel{\tfrac{1}{2}} m_3 v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} J_{S3}\omega_3^2\right) = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_{red} v^2 \,\Big|\cdot \frac{1}{v^2}$$

$$m_{red} = m_1 + 2\left(m_2 + J_{S2}\Big(\underbrace{\frac{\omega_2}{v}}_{\frac{1}{R}}\Big)^2\right) + 2\left(m_3 + J_{S3}\Big(\underbrace{\frac{\omega_3}{v}}_{\frac{1}{r}}\Big)^2\right) \qquad v = R\omega_2, \quad v = r\omega_3$$

$$= m_1 + 2\left(m_2 + \frac{J_{S2}}{R^2}\right) + 2\left(m_3 + \frac{J_{S3}}{r^2}\right)$$

also:

$$\ddot{x} = \frac{M}{R\left[m_1 + 2\left(m_2 + \frac{J_{S2}}{R^2}\right) + 2\left(m_3 + \frac{J_{S3}}{r^2}\right)\right]}$$

zu 2, a)

$$v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{v}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot 2g} = \frac{8^2}{2 \cdot 2 \cdot 9{,}81}\,m = 1{,}631\,m$$

$$t = \frac{v_y}{g} = \frac{v/\sqrt{2}}{g} = \frac{8/\sqrt{2}}{9{,}81}\,s = 0{,}577\,s$$

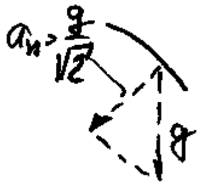
$$v_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{b}{t} \Rightarrow b = \frac{v}{\sqrt{2}} \cdot t = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}577\,m = 3{,}262\,m$$

2, b) Abwurfpunkt:

$$\frac{v^2}{\rho} = a_n \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_x^2}{a_n} = \frac{(v/\sqrt{2})^2}{g} = \frac{(8/\sqrt{2})^2}{9{,}81}\,m = 3{,}262\,m$$

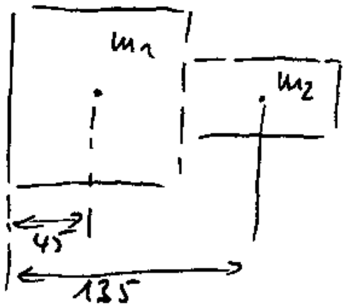
Auftreffpunkt:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{g/\sqrt{2}} = \frac{8^2}{9{,}81/\sqrt{2}}\,m = 9{,}226\,m$$



Lösungen Prüfung TM III vom 20.03.09 | Blatt 2

m3)



$$m_1 = 0{,}06 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}03 \cdot 2700\ \text{kg} = 0{,}4374\ \text{kg}$$

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = \ldots = 0{,}2187\ \text{kg}$$

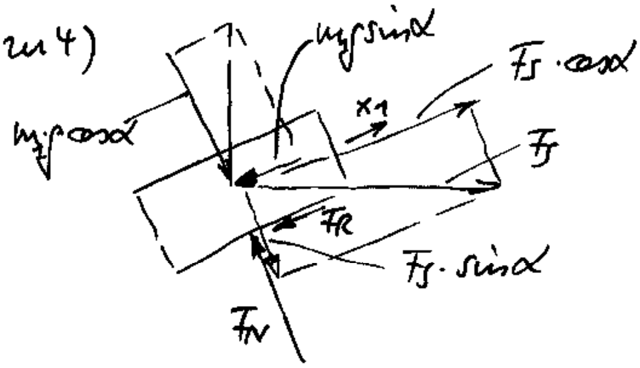
$$J_z = \sum \frac{1}{12} m(b^2+h^2) + m \cdot a^2$$

↖ Steiner Anteil

$$J_z = \Big[\frac{1}{12}\, 0{,}4374\,(0{,}09^2+0{,}06^2) + 0{,}4374 \cdot 0{,}045^2 + \frac{1}{12}\, 0{,}2187\,(0{,}09^2+0{,}03^2) + 0{,}2187 \cdot 0{,}135^2\Big]\ \text{kgm}^2$$

$$= \ldots = \underline{\underline{5{,}462 \cdot 10^{-3}\ \text{kgm}^2}}$$

m4)



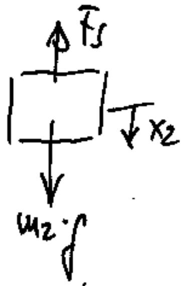
$$m_1 \ddot{x}_1 = F_S \cdot \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha - F_R$$

$$0 = F_N - F_S \sin\alpha - m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Einsetzen liefert:

$$(1)\quad m_1 \ddot{x}_1 = F_S \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha - \mu\,(F_S \sin\alpha + m_1 g \cos\alpha)$$



$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - F_S \quad \Rightarrow \quad F_S = m_2 \cdot g - m_2 \cdot \ddot{x}_2$$

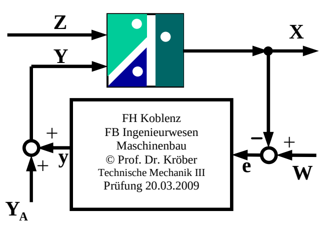
F_S in (1): $$m_1 \ddot{x}_1 = (m_2 g - m_2 \ddot{x}_2)\cos\alpha - m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu\big[(m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x}_2)\sin\alpha + m_1 g \cos\alpha\big]$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 / \cos\alpha$$

$$\frac{m_1 \ddot{x}_2}{\cos\alpha} + m_2 \ddot{x}_2 \cos\alpha - \mu m_2 \ddot{x}_2 \sin\alpha = m_2 \cdot g \cos\alpha - m_1 \cdot g \sin\alpha - \mu m_2 g \sin\alpha - \mu m_1 g \cos\alpha$$

$$\ddot{x}_2 \left(\frac{m_1}{\cos\alpha} + m_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)\right) = \big[m_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\big] \cdot g$$

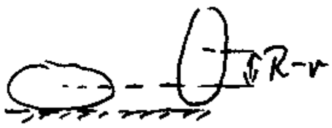
$$\underline{\underline{\ddot{x}_2 = \frac{m_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\frac{m_1}{\cos\alpha} + m_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}\, g}}$$



Lösungen Prüfung TM III vom 20.03.09 | Blatt 3

zu 5)

$$\frac{m}{2}v_1^2+\frac{J_S}{2}\omega_1^2=\frac{m}{2}v_2^2+\frac{J_S}{2}\omega_2^2+m\cdot g\,(R-r)\;\Big|\cdot 2$$



$$\omega_1=\frac{v_1}{r}\;;\;\omega_2=\frac{v_2}{R}$$

$$m v_1^2+J_S\left(\frac{v_1}{r}\right)^2=m v_2^2+J_S\left(\frac{v_2}{R}\right)^2+2\,m\,g\,(R-r)$$

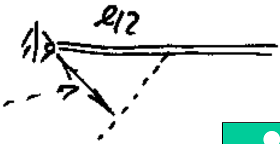
$$\left[\cancel{m}+\frac{1}{r^2}\frac{\cancel{m}}{4}(r^2+R^2)\right]v_1^2=\left[\cancel{m}+\frac{1}{R^2}\frac{\cancel{m}}{4}(r^2+R^2)\right]v_2^2+2\cancel{m}g\,(R-r)$$

$$\left(1+\frac{r^2+R^2}{4r^2}\right)v_1^2=\left(1+\frac{r^2+R^2}{4R^2}\right)v_2^2+2g\,(R-r)$$

$$v_2=\sqrt{\frac{\left(1+\frac{r^2+R^2}{4r^2}\right)v_1^2-2g\,(R-r)}{1+\frac{r^2+R^2}{4R^2}}}$$

b) Zähler gleich Null, Auflösen nach v_1: $v_1=\sqrt{\dfrac{2\cdot g\,(R-r)}{1+\frac{r^2+R^2}{4r^2}}}$

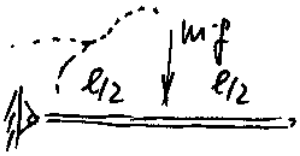
zu 6,a) $c_{Dreh}=c\cdot l^2+c\left(\dfrac{l/2}{\sqrt{2}}\right)^2$



$$=cl^2+c\,\frac{l^2}{4\cdot 2}$$

$$=\frac{9}{8}cl^2$$

b) $\omega_0=\sqrt{\dfrac{c_{Dreh}}{J_0}}=\sqrt{\dfrac{\frac{9}{8}c\cdot\cancel{l^2}}{\frac{1}{3}m\cancel{l^2}}}=\sqrt{\dfrac{27\cdot c}{8\cdot m}}$



c) $c_{Dreh}=\dfrac{\Delta M}{\Delta\varphi}=\dfrac{m\cdot g\cdot\frac{l}{2}}{\Delta\varphi}=\dfrac{9}{8}cl^2$

φ_{stat}

$$\varphi_{stat}=\frac{m\cdot g\,\frac{l}{2}}{\frac{9}{8}cl^2}=\frac{4\cdot m\cdot g}{9\cdot c\cdot l}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 20.03.2009