

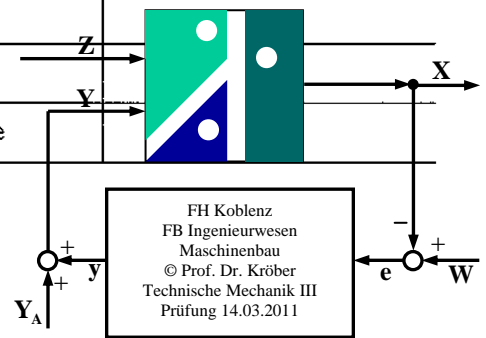
Technische Mechanik III  
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Note : \_\_\_\_\_

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Summe	

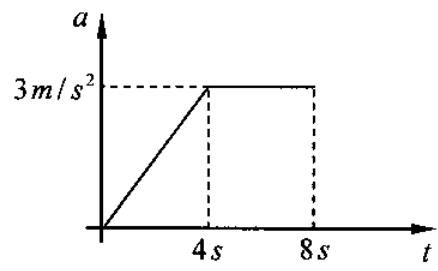


Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung Technische Mechanik III ( 5 Blätter )
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."

Aufgabe 1 ( 16P )

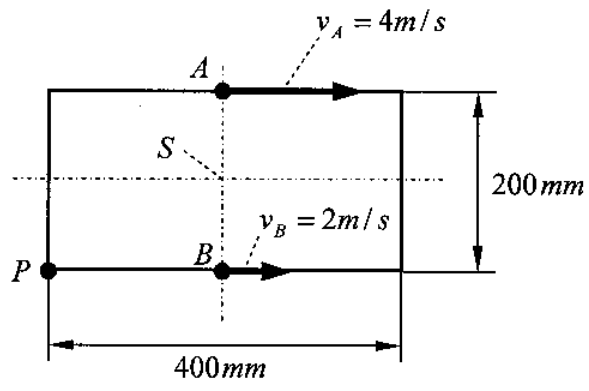
Ein Massepunkt wird gemäß dem angegebenen zeitlichen Verlauf aus der Ruhe geradlinig beschleunigt.



- Wie groß ist seine Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg zur Zeit  $t = 4 \text{ s}$  ?
- Wie groß ist seine Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg zur Zeit  $t = 8 \text{ s}$  ?

Aufgabe 2 ( 16P )

Eine rechteckige Platte der Masse  $m = 12 \text{ kg}$  bewegt sich in der Ebene. Die Bewegung der Platte ist durch die Angabe der Geschwindigkeiten  $v_A$  und  $v_B$  eindeutig festgelegt.

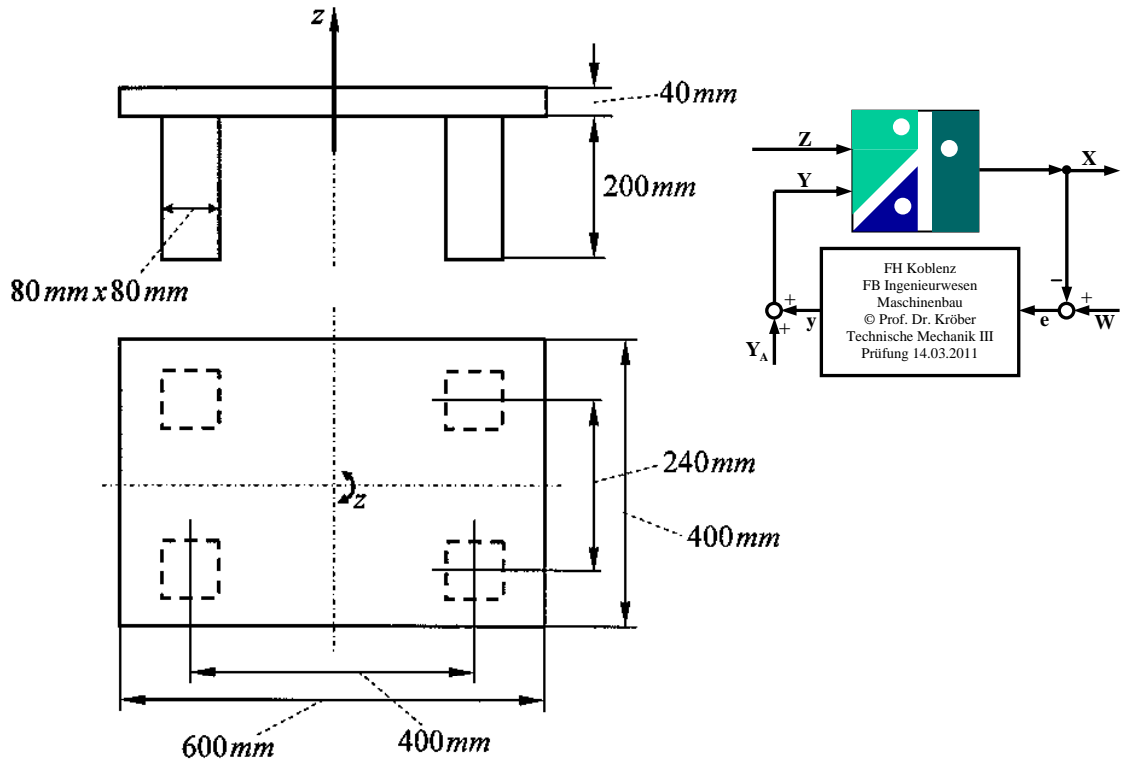


- Bestimmen Sie zunächst das Massenträgheitsmoment  $J_S$ !
- Wie groß ist die gesamte kinetische Energie der bewegten Platte?
- Wie groß ist die Geschwindigkeit des Punktes  $P$  (Größe und Richtung)?
- Wie groß ist der auf den Momentanpol bezogene Drall  $L$ ?

Aufgabe 3 ( 14P )

Ein Tisch besteht aus einer oben liegenden Tischplatte und 4 Stützen. Die Stützen haben einen quadratischen Querschnitt. Die Dichte beträgt  $900 \text{ kg/m}^3$ .

Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich einer Rotation um die z-Achse!



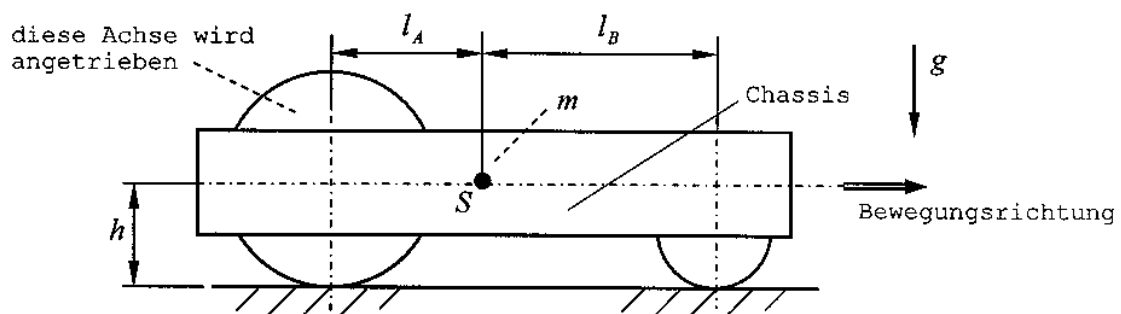
Aufgabe 4 ( 14P )

Bei dem abgebildeten Fahrzeug können die Achsen (Räder) als masselos angesehen werden. Die Masse des Fahrzeuges kann als Punktmasse  $m$  im Schwerpunkt angenommen werden. Das Fahrzeug bewegt sich in der angegebenen Bewegungsrichtung. Alle Hebelarme der Rollreibung werden vernachlässigt. Der Antrieb erfolgt über die hintere Achse. Durch das Haftreibungsvermögen an der angetriebenen Hinterachse ist die maximal erzielbare Beschleunigung beschränkt.

Bestimmen Sie den erforderlichen Haftreibungskoeffizienten bei einer angestrebten Beschleunigung des Fahrzeuges!

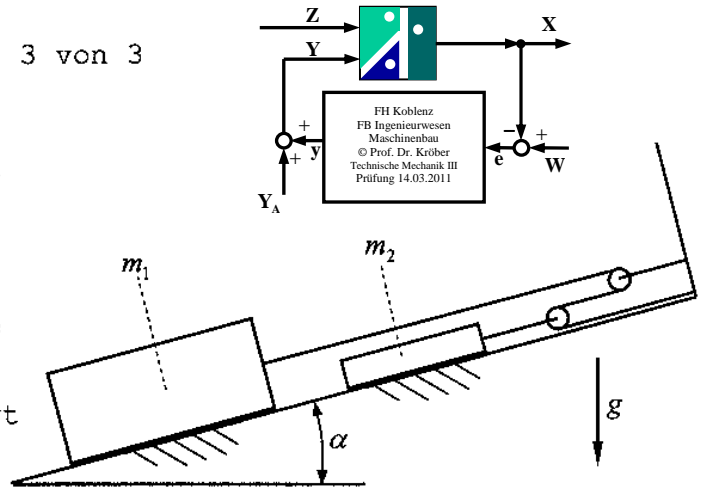
Empfehlung: Verwenden Sie als Trägheitskraft den Term  $m \cdot a$  (bzw.  $m \cdot \ddot{x}$ ).

Geg.:  $m, g, l_A, l_B, h, a(=\ddot{x})$  Ges.:  $\mu_0$



Aufgabe 5 ( 16P )

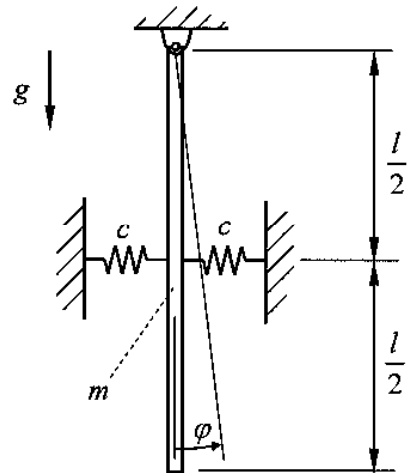
Auf einer schiefen Ebene sind die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  über ein Seilsystem und zwei Umlenkrollen miteinander gekoppelt. Für die Lösung der Aufgabe kann davon ausgegangen werden, dass sich die Masse  $m_1$  die schiefe Ebene hinab bewegt. Die Massenwirkungen der Umlenkrollen können vernachlässigt werden. Die Reibkoeffizienten seien gleich Null.  
 Geg.:  $m_1, m_2, g, \alpha$



- Bestimmen Sie die Beschleunigung der Masse  $m_1$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Bestimmen Sie die Seilkraft in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Aufgabe 6 ( 12P )

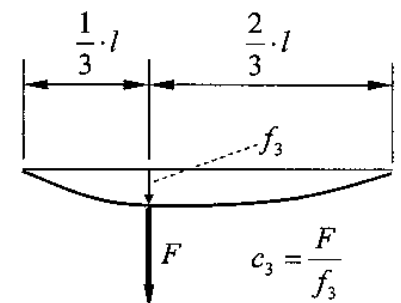
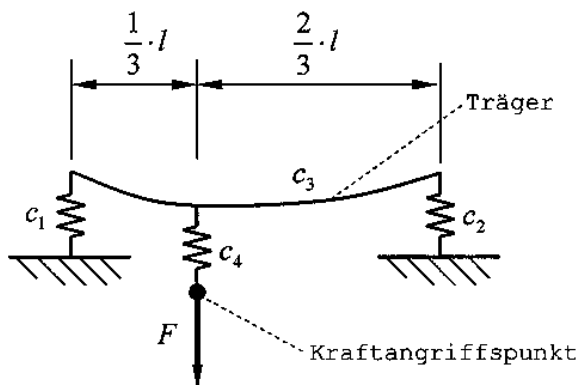
Der abgebildete dünne, starre Stab der Masse  $m$  und Gesamtlänge  $l$  wird durch zwei Federn zentriert. Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  für kleine Winkelausschläge in Abhängigkeit der gegebenen Größen!  
 Geg.:  $m, g, l, c$



Aufgabe 7 ( 12P )

Zur Bestimmung der Nachgiebigkeit des abgebildeten Trägers wurde unter Zuhilfenahme der Formeln für die Biegelinie die Steifigkeit  $c_3$  vorab bestimmt. Die anderen Steifigkeiten sind angegeben.  
 Geg.:  $c_1 = 100 \text{ N/mm}; c_2 = 200 \text{ N/mm}$   
 $c_3 = 300 \text{ N/mm}; c_4 = 600 \text{ N/mm}$

Vorabbestimmung  $c_3$ :



Um wieviel Millimeter verschiebt sich der Kraftangriffspunkt durch das Angreifen der Kraft von  $F = 300 \text{ N}$  nach unten?

2.1)  $t \leq t_1 = 4s$ :

$$a(t) = \frac{a_1}{t_1} \cdot t$$

$$v(t) = \frac{1}{2} \frac{a_1}{t_1} t^2 + v_1 \quad ; \quad v(t=4s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 4^2 \frac{m}{s} = \underline{6 \frac{m}{s}} \quad *$$

$$s(t) = \frac{1}{6} \frac{a_1}{t_1} t^3 + s_1 \quad ; \quad s(t=4s) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot 4^3 m = \underline{8m}$$

$t_1 = 4s \leq t \leq t_2 = 8s$ :

$$a(t) = a_1 (= konst)$$

$$v(t) = a_1 \cdot t + C_3$$

AB:  $v(t=4s) = v_1 = 6 \frac{m}{s}$

$$6 \frac{m}{s} = 3 \cdot 4 \frac{m}{s} + C_3 \Rightarrow C_3 = -6 \frac{m}{s}$$

$$v(t=8s) = 3 \cdot 8 \frac{m}{s} + (-6 \frac{m}{s}) = \underline{18 \frac{m}{s}} \quad *$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + C_3 \cdot t + C_4$$

AB:  $s(t=4s) = s_1 = 8m$

$$8m = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 m + (-6) \cdot 4m + C_4 \Rightarrow C_4 = 8m$$

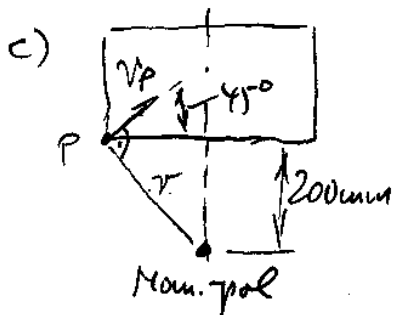
$$s(t=8s) = \left[ \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 + (-6) \cdot 8 + 8 \right] m = \underline{56m}$$

\* auch bestimmbar aus Fläche unter Kurvenverlauf  $a(t)$

2.2. a)  $\underline{J_S} = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \cdot 12 (0,4^2 + 0,2^2) kgm^2 = \underline{0,2 kgm^2}$

b)  $\omega = \frac{\Delta v}{r} = \frac{4 \frac{m}{s} - 2 \frac{m}{s}}{0,2m} = 10 s^{-1} \quad ; \quad v_S = \frac{2+4}{2} \frac{m}{s} = 3 \frac{m}{s}$

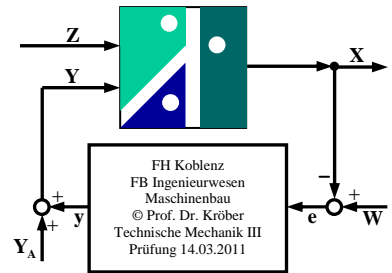
$$\underline{E_{kin}} = \frac{m}{2} v_S^2 + \frac{J_S}{2} \omega^2 = \left( \frac{12}{2} 3^2 + \frac{0,2}{2} \cdot 10^2 \right) J = 54 J + 10 J = \underline{64 J}$$



$$v_p = \omega \cdot r = 10 s^{-1} (\sqrt{2} \cdot 200mm)$$

$$= \underline{2,828 \frac{m}{s}}$$

unter  $45^\circ$  nach oben (siehe Skizze)



Prüfung Technische Mechanik 3 14.3.11 Blatt 2

m2, d)  $\underline{L} = J \cdot \omega = (0,2 + 12 \cdot 0,3^2) \text{ kgm}^2 \cdot 10 \text{ s}^{-1} = \underline{12,8 \text{ kgm}^2/\text{s}}$

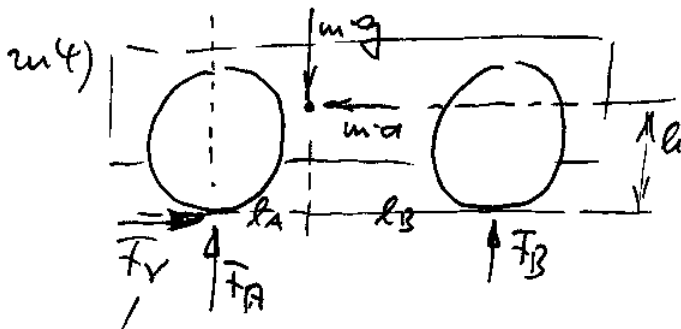
↑ Abstand Schwerpunkt/Momentenpol

m3)  $m_{pl} = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,04 \cdot 900 \text{ kg} = 8,64 \text{ kg}$

$m_{R} = 0,08^2 \cdot 0,2 \cdot 900 \text{ kg} = 1,152 \text{ kg}$

$J_S = \frac{1}{12} 8,64 (0,6^2 + 0,4^2) + 4 \left\{ \frac{1}{12} \cdot 1,152 (0,08^2 + 0,08^2) + \underbrace{(0,2^2 + 0,12^2)}_{\alpha^2} \cdot 1,152 \right\} \text{ kgm}^2$

$\underline{= 0,6299904 \text{ kgm}^2 \approx 0,630 \text{ kgm}^2}$

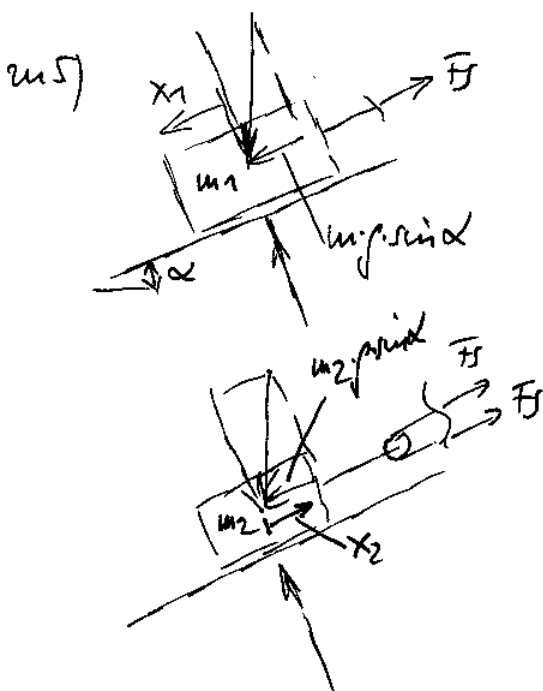
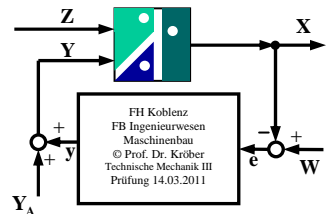


$\sum F_x: F_v = m \cdot a$

$\sum M_B: F_A (l_A + l_B) = m \cdot g \cdot l_B + m \cdot a \cdot l$

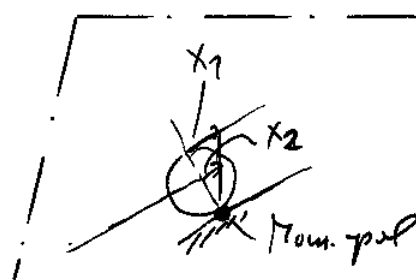
$\Rightarrow F_A = \frac{m \cdot g \cdot l_B + m \cdot a \cdot l}{l_A + l_B}$

$\underline{\mu_{\text{Grenz}}} = \frac{F_v}{F_A} = \frac{m \cdot a}{\frac{m \cdot g \cdot l_B + m \cdot a \cdot l}{l_A + l_B}} = \underline{\frac{a (l_A + l_B)}{g \cdot l_B + a \cdot l}}$



$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - F \quad (1)$

$m_2 \ddot{x}_2 = 2 \cdot F - m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha$   
 $\Rightarrow F = \frac{1}{2} (m_2 \ddot{x}_2 + m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha) \quad (2)$



$x_1 = 2 \cdot x_2$

$\ddot{x}_1 = 2 \cdot \ddot{x}_2$

$\Rightarrow \ddot{x}_2 = \frac{1}{2} \ddot{x}_1 \quad (3)$

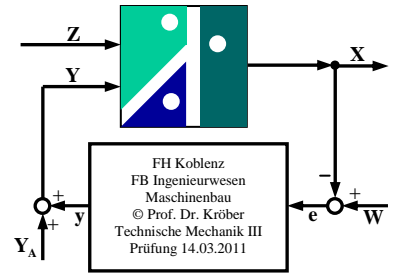
Prüfung Technische Mechanik 3 14.3.11 Blatt 3

weiter zu 5) ② und ③ in ①:

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} (m_2 \ddot{x}_1 + m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha)$$

$$(m_1 + \frac{m_2}{4}) \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

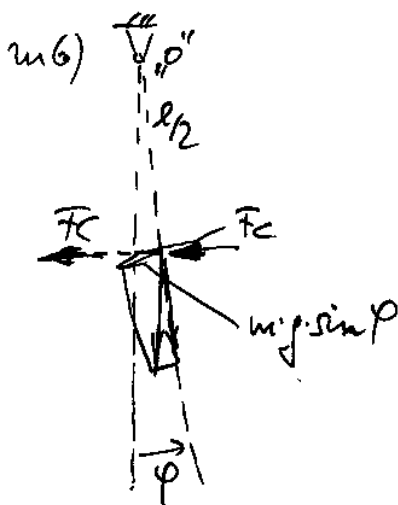
$$\ddot{x}_1 = \frac{m_1 - \frac{1}{2} m_2}{m_1 + \frac{1}{4} m_2} \cdot g \cdot \sin \alpha$$



5) aus ①:  $F_S = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - m_1 \frac{m_1 - \frac{1}{2} m_2}{m_1 + \frac{1}{4} m_2} g \cdot \sin \alpha$

$$= m_1 g \cdot \sin \alpha \left( 1 - \frac{m_1 - \frac{1}{2} m_2}{m_1 + \frac{1}{4} m_2} \right) = m_1 g \cdot \sin \alpha \frac{m_1 + \frac{1}{4} m_2 - m_1 + \frac{1}{2} m_2}{m_1 + \frac{1}{4} m_2}$$

$$= \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{3}{4} m_2}{m_1 + \frac{1}{4} m_2} = \frac{3 m_1 \cdot m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{4 m_1 + m_2}$$



$$J_0 \ddot{\varphi} = -m \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} - 2 \cdot F_c \cdot \frac{l}{2}$$

$$F_c = c \cdot f_c; f_c = \varphi \cdot \frac{l}{2} \quad \text{if } f_c: \text{Weg Feder}$$

ferner:  $\sin \varphi \approx \varphi$  (1P/CC1)

$$J_0 \ddot{\varphi} = -m \cdot g \cdot \varphi \cdot \frac{l}{2} - 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot c \cdot \varphi \cdot \frac{l}{2}$$

$$= -m \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \varphi - 2 \cdot c \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \varphi$$

----- c Dreh

$$J_0 \ddot{\varphi} + \left[ m \cdot g \cdot \frac{l}{2} + 2 \cdot c \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 \right] \varphi = 0 \quad \Big| \frac{1}{J_0} \quad \text{ferner: } J_0 = \frac{1}{3} m l^2$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{m \cdot g \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2} c l^2}{\frac{1}{3} m l^2} \varphi = 0$$

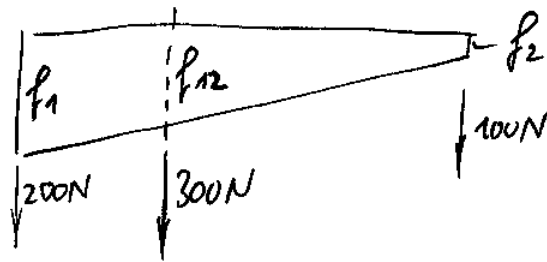
$\omega_0^2$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{m \cdot g + c \cdot l}{m \cdot l}} = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{g}{l} + \frac{c}{m} \right)}$$

Prüfung Technische Mechanik 3 14.3.11 Blatt 4

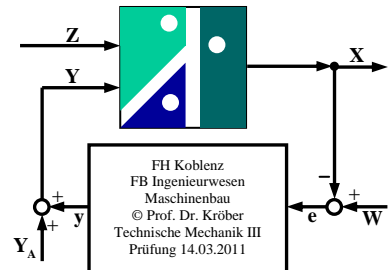
207)  $c_1$  und  $c_2$ :

Bem.: 200 N und 100 N  
aufgrund Hebelgesetz



$$f_1 = \frac{200 \text{ N}}{c_1} = \frac{200 \text{ N}}{100 \text{ N/mm}} = 2 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{100 \text{ N}}{c_2} = \frac{100 \text{ N}}{200 \text{ N/mm}} = 0,5 \text{ mm}$$



Strahlensatz:

$$f_{12} = \frac{2}{3} f_1 + \frac{1}{3} f_2 = \frac{2}{3} \cdot 2 \text{ mm} + \frac{1}{3} \cdot 0,5 \text{ mm} = 1,5 \text{ mm}$$

$$f_3 = \frac{F}{c_3} = \frac{300 \text{ N}}{300 \text{ N/mm}} = 1 \text{ mm}$$

$$f_4 = \frac{F}{c_4} = \frac{300 \text{ N}}{600 \text{ N/mm}} = 0,5 \text{ mm}$$

zusammen:

$$\underline{\underline{f_{ges} = f_{12} + f_3 + f_4 = 1,5 \text{ mm} + 1 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm} = 3 \text{ mm}}}$$