

Technische Thermodynamik

Teil II

Skript zur Vorlesung

Prof. Dr.-Ing. W. Nieratschker

4. Der II. Hauptsatz der Thermodynamik

Thermische Zustandsgrößen: p, V, T

Kalorische Zustandsgrößen : U, H, S

Prozeßgrößen: Q, W

Unterscheidung: Zustandsgrößen von Prozeßgrößen



Die Änderung jeder Zustandsgröße läßt sich aus Anfangs- und Endzustand berechnen und ist von der Art der Änderung unabhängig.

Prozeßgrößen: Zur Bestimmung der Änderung der Prozeßgrößen benötigt man nicht nur Anfangs- und Endzustand eines Prozesses, sondern auch den Weg vom Anfangszustand bis zum Endzustand (**rot** \neq schwarz)

4.1 Reversible und irreversible Prozesse

Reversibilität = der im Idealfall erreichbare Optimalprozeß

Beispiele für Irreversibilitäten:

- alle Reibungsvorgänge (Dissipationsprozesse)
(plastische Verformung, Rührprozesse, reibungsbehaftete Strömung)
- Abkühlung eines warmen Körpers in kälterer Umgebung
(Temperaturausgleich)
- Ein- und Ausströmen eines Fluids in oder aus einem Behälter (Druckausgleich)
- Verbrennung oder Explosion von Gemischen (chemische Reaktionen)

- Konzentrationsausgleich

Def. $Q = m \cdot q$:= spezielle Energieform, die beim Temperatúrausgleich vom warmen zum kalten Körper übergeht.

1. Hauptsatz: Energieerhaltungssatz

$$\underbrace{U_2 - U_1}_{\text{Zustandsgrößen}} = \underbrace{Q_{12} + W_{12}}_{\text{Prozeßgrößen}}$$

für Sonderfall isobare Prozeßführung: $p = \text{const.}$

$$W_{12} = \text{Volumenänderungsarbeit} = - \int_1^2 p dV$$

$$1. \text{ Hauptsatz: } U_2 - U_1 = Q_{12} - \int_1^2 p dV$$

für $p = \text{const.}$ gilt:

$$U_2 - U_1 = Q_{12} - pV_2 + pV_1$$

$$\underbrace{(U_2 + pV_2)}_{H_2} - \underbrace{(U_1 + pV_1)}_{H_1} = Q_{12}$$

$$H_2 - H_1 = Q_{12} \text{ mit } H = h \cdot m$$

$$c_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_p \text{ oder } \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

$$c_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_v \text{ oder } \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

Ebenso alle Größen als molare Größen:

$$\text{z.B.: } \bar{c}_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_p$$

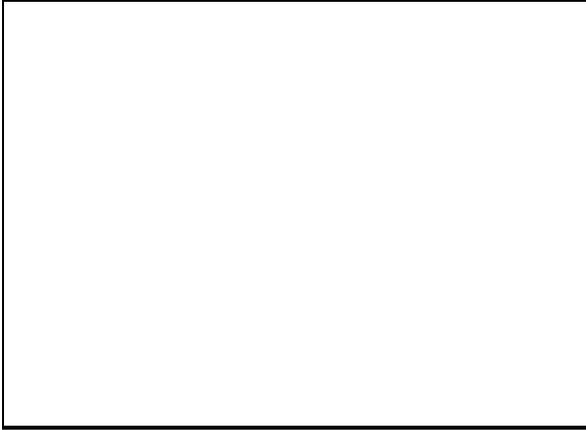
$$\bar{c}_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_v$$

1. HS: $U_2 - U_1 = W_{12} + Q_{12}$

Energieerhaltungssatz

Äquivalenz von Wärme Q und Arbeit W

Beispiel: adiabates System

Zustand 1: m, p, T_1 Zustand 2: m, p, T_2 1. HS: $U_2 - U_1 = W_{12} + Q_{12}$ dabei gilt $Q_{12} = 0$

$$\rightarrow U_2 - U_1 = W_{12}$$

Zustand 1: m, p, T_1 Zustand 2: m, p, T_2 1. HS: $U_2 - U_1 = W_{12} + Q_{12}$ dabei gilt $W_{12} = 0$

$$\rightarrow U_2 - U_1 = Q_{12}$$

Wärme und Arbeit können die gleiche Wirkung - eine Temperaturerhöhung - hervorrufen.
Wärme kann aus Arbeit erzeugt werden.

4.2 Der zweite Hauptsatz

4.2.1 2.HS: qualitative Formulierungen

Kelvinsche Aussage:

Es gibt keine thermodynamische Zustandsänderung, deren einzige Wirkung darin besteht, daß eine Wärmemenge einem Wärmespeicher entzogen wird und vollständig in Arbeit umgewandelt wird.

Clausiusche Aussage:

Es gibt keine thermodynamische Zustandsänderung, deren einzige Wirkung darin besteht, daß eine Wärmemenge einem kälteren Wärmespeicher entzogen wird und einem wärmeren Wärmespeicher abgegeben wird.

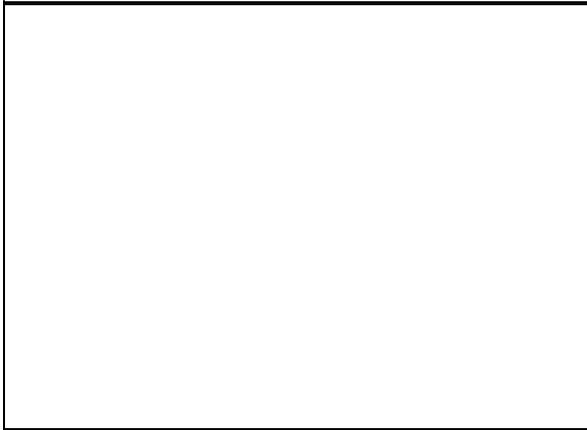
Wärme kann nie von selbst von einem Körper niedriger Temperatur auf einen Körper höherer Temperatur übergehen.

Beispiel Rührprozeß:

Fall 1: mit arretiertem Kolben



Annahmen: adiabates System
 alle mechanischen Teile arbeiten reibungsfrei

Zufuhr von W_{12} 

$$U_2 - U_1 = W_{12} = W_{diss12} \quad (4.1)$$

W_{diss} = Dissipationsenergie (Zerstreuung von Energie) $W_{12} \rightarrow W_{diss12}$

Thermodynamische Prozesse:

- irreversible Realprozesse (alle Naturvorgänge)
- reversible Idealprozesse (idealisierte Grenzfälle wirklicher Prozesse)
- unmögliche Prozesse (Umkehrvorgang von Rührprozessen, Reibungsvorgängen, Temperatenausgleichsvorgängen, Ein- und Ausströmprozessen)

Fall 2: Rührprozeß mit beweglichem Kolben

Annahmen:

- adiabates System ($dQ = 0$)
- alle mechanischen Teile arbeiten reibungsfrei
- Zufuhr von $W_{12^*} = W_{12}$

1.HS:

$$U_{2^*} - U_1 = W_{12} = \underbrace{W_{rev12^*}}_{-\int_1^{2^*} p dV} + W_{diss12^*} \quad (4.2)$$



4.2.2 2.HS: quantitative Formulierungen

Def.: $S[\text{J/K}]$: = Entropie (4.3)

$$s = \frac{S}{m} \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] := \text{spezifische Entropie} \quad (4.4)$$

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \quad (4.5)$$

Mit Hilfe des 1. Hauptsatzes für ruhende geschlossene Systeme mit reversiblen Zustandsänderungen:

$$dU = dQ + dW$$

$dU = dQ - pdV$ und Division durch die absolute Temperatur T ergibt sich

$$\frac{dQ}{T} = \frac{dU + pdV}{T}$$

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \quad (4.6)$$

2.HS in spezifischen Größen

$$ds = \frac{du + pdv}{T} \quad (4.7)$$

Mit Hilfe des 1. Hauptsatzes für ruhende offene Systeme mit reversiblen Zustandsänderungen ergibt sich

$$H = U + pV$$

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

$$dU + pdV = dH - Vdp$$

$$dS = \frac{dH - Vdp}{T} \quad (4.8)$$

2. HS

$$ds = \frac{dh - vdp}{T} \quad (4.9)$$

4.2.3 Nutzen der Entropie S

a.) gute graphische Veranschaulichung von Q_{rev12} im T, S – Diagramm

2.HS: aus (4.5) $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$ ergibt sich $dQ_{rev} = TdS$

oder in Integralform $Q_{12} = \int_1^2 TdS \quad (4.10)$



b.) Klassifizierung von adiabaten Systemen

Es gilt:

$$(S_2 - S_1)_{\text{ad}} \begin{cases} > 0 & \text{Realproze\ss (irreversibel)} \\ = 0 & \text{Idealproze\ss (reversibel)} \\ < 0 & \text{unm\oglicher Proze\ss} \end{cases} \quad (4.11)$$

Die Entropie eines adiabaten Systems kann niemals abnehmen.

4.2.4. Entropietransport, -erzeugung, -bilanz

f\u00fcr nichtadiabate Systeme gilt:

spezifische Entropie: $ds = \frac{dq_{\text{rev}}}{T}$ (4.12)

da $T > 0 \quad \rightarrow \quad ds > 0$ falls $dq_{\text{rev}} > 0$
 $ds < 0$ falls $dq_{\text{rev}} < 0$

F\u00fcr reversible Prozesse gilt:

im adiabaten System: $ds = 0$ im nichtadiabaten System: $ds = ds_q = \frac{dq_{\text{rev}}}{T}$

Irreversible Prozesse z.B. R\u00fchrproze\ss:

$$U_2 - U_1 = W_{12} = W_{\text{diss}} \quad \text{oder} \quad du = dw_{\text{diss}}$$

$$\text{2.HS: } ds = \frac{du + pdv}{T}$$

$$ds_{\text{irr}} = \frac{dw_{\text{diss}}}{T} \quad (4.13)$$

F\u00fcr irreversible Prozesse gilt:

im adiabaten System: $ds = ds_{\text{irr}} > 0$ im nichtadiabaten System: $ds = ds_q + ds_{\text{irr}}$

dabei ist $ds_q = \frac{dq_{rev}}{T}$ und $ds_{irr} = \frac{dw_{diss}}{T}$

oder $ds = \frac{dq_{rev}}{T} + \frac{dw_{diss}}{T}$ (4.14)

$ds_q > 0$ dem System wird mit Wärme Entropie zugeführt

$ds_q < 0$ aus dem System wird mit Wärme Entropie abgeführt

Beispiel: Rührprozeß: nichtadiabates System
irreversibler Prozeß



$$ds = \frac{dq}{T} + \frac{dw_{diss}}{T} = ds_q + ds_{irr}$$

falls $ds_q = -ds_{irr}$ wird $ds = 0$

d.h. die Abkühlung könnte die Entropieerzeugung durch den Rührprozeß kompensieren.

$ds = 0$ (Isentrope)

- reversible Zustandsänderung in adiabatem System
- irreversible Zustandsänderung in nichtadiabatem System wobei aus dem System Entropie mit Wärme- oder Stoffstrom abgeführt wird

für adiabate reversible Zustandsänderung gilt: $ds = 0$ oder $s = \text{const.}$

4.2.5. Das T, s - Diagramm

$$Tds = dq + dw_{diss} \quad | \int$$

$$\int_1^2 Tds = q_{12} + W_{diss12}$$



Aufgabe:

Klassifizieren Sie die folgenden Fälle hinsichtlich der Systemart (adiabat oder nichtadiabat) und des thermodynamischen Prozesses:

a) $ds_{irr} > 0; ds_q = 0$

b) $ds_{irr} = 0; ds_q = 0$

c) $ds_{irr} < 0; ds_q < 0$

d) $ds_{irr} > 0; ds_q < 0$

e) $ds_{irr} = 0; ds_q = \frac{dq}{T} \neq 0$

5. Zustandsänderungen idealer Gase

thermische Zustandsgleichungen beliebiger Gase:

$$f(p, V, T) = 0$$

Sonderfall ideales Gas:

$$p V = m \underbrace{R}_{\substack{\text{stoffspezifische} \\ \text{Gaskonstante}}} T$$

$$p = \underbrace{\rho}_{\text{Dichte}} RT$$

Gültigkeitsbereich für Luft, O₂, N₂, H₂, He: $T > 200 \text{ K}$, $p \leq 20 \text{ bar}$

ergibt Fläche im p, V, T – Raum

spezielle Zustandänderungen, reversible Prozesse

→ ruhende geschlossene Systeme

→ stationäre Fließprozesse in offenen Systemen

Zustand 1 = Anfangszustand

Zustand 2 = Endzustand

1.) Isochore Zä : $V_1 = V_2 = \text{const.}$

2.) Isobare Zä : $p_1 = p_2 = \text{const.}$

3.) Isotherme Zä : $T_1 = T_2 = \text{const.}$

3a.) Innere Energie : $U_1 = U_2 = \text{const.}$: da für ideales Gas $U = U(T) \rightarrow$

$$U_2 = U_1 \text{ entspricht } T_1 = T_2 = \text{const}$$

3b.) Enthalpie : $h_2 = h_1 = \text{const.}$

$$h = U + pV$$

ideale Gasgleichung $pV = RT \rightarrow$

$$h = U + RT = f(T) \rightarrow$$

$$h_2 = h_1 = \text{const. entspricht } T_2 = T_1 = \text{const.}$$

4.) Isentrope Zä : $S_2 = S_1 = \text{const.}$

$$\text{da } ds = \frac{dq_{rev}}{T} = 0 \rightarrow dq_{rev} = 0$$

Reversible Zä vorausgesetzt, handelt es sich bei einer Isentropen immer um Zustandänderungen im adiabaten System.

Berechnung der Entropieänderung beim idealen Gas:

Nach 2. HS (4.9) gilt:

$$\begin{aligned} ds &= \frac{dh - vdp}{T} \\ &= \frac{dh}{T} - \frac{vdp}{T} \\ &= \frac{c_p dT}{T} - \frac{RTdp}{pT} \end{aligned}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \Big|_1^2 \int$$

$$s_2 - s_1 = c_p \int_1^2 \frac{dT}{T} - R \int_1^2 \frac{dp}{p}$$

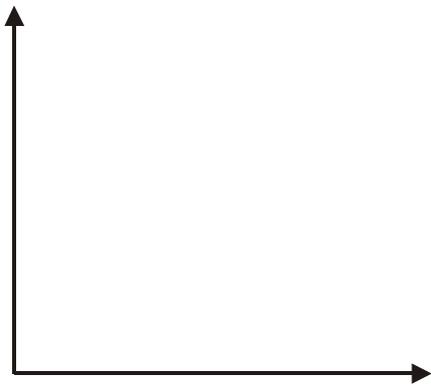
$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \tag{5.1}$$

analog:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \tag{5.2}$$

5.1 Isochore Zustandsänderung: $v = const.$ Thermische Zustandsgleichung: $p v = R T$

$$\text{umgeformt: } \frac{p}{T} = \frac{R}{v} = const. \quad \rightarrow \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (5.3)$$



$$w_{12} = -\int_1^2 p dv \quad , \text{ da } dv = 0 \rightarrow w_{12} = 0$$

$$w_{12} = \int_1^2 v dp \quad , \text{ da } v = const. \text{ gilt}$$

$$w_{12} = v \int_1^2 dp = v(p_2 - p_1)$$

$$w_{12} = v(p_2 - p_1)$$

$$1. \text{ HS: } du = dq + dw \quad \text{mit } (dw = 0)$$

$$u_2 - u_1 = q_{12} \quad (5.4)$$

$$\text{kalorische Zustandsgleichung: } u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) \quad (5.5)$$

$$2. \text{ HS: } s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad \text{mit } \left(R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \right)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (5.6)$$



$$ds = \frac{du + pdv}{T} \quad \text{mit } (pdv = 0)$$

$$Tds = du = dq$$

$$\int_1^2 Tds = q_{12}$$

Beispiel: Autoreifen



geg.: Luft, $p_1 = 2,5 \text{ bar}$

$$t_1 = 100^\circ\text{C}$$

$$V_1 = V = 11 \text{ l}$$

$$t_2 = 0^\circ\text{C}$$

ges.: a) p_2 , b) Q_{12} , c) $s_2 - s_1$

Lösung: isochore Zä:

$$\text{a) } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}$$

$$p_2 = 2,5 \frac{273,15 + 0}{273,15 + 100} \text{ bar}$$

$$\underline{p_2 = 1,8 \text{ bar}}$$

$$\text{b) } Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) \quad (1)$$

$$p_1 V_1 = m R_L T_1 \quad (2)$$

$$m = \frac{p_1 V}{R_L T_1} \quad \text{in } (1)$$

$$Q_{12} = \frac{p_1 V}{R_L T_1} c_v (T_2 - T_1) \quad (3)$$

mit $c_v = c_v(T)$

Ersatz von $c_v(T)$ durch die mittlere spezifische Wärmekapazität: $c_v|_{T_1}^{T_2}$

Bestimmung von $c_v|_{T_1}^{T_2}$ von Luft zwischen $t_1 = 100^\circ\text{C}$ und $t_2 = 0^\circ\text{C}$:

$$c_v|_{T_1}^{T_2} = c_p|_{T_1}^{T_2} - R$$

$$c_{p_{\text{Luft}}}|_{100^\circ\text{C}}^{0^\circ\text{C}} \stackrel{\text{Tab.1.7}}{=} 1,008 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$R_L = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$c_v(t_m)|_{100^\circ\text{C}}^{0^\circ\text{C}} = 1,008 - 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 0,721 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$Q_{12} = \frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 11 \cdot 10^{-3}}{287 \cdot 373,2} \left[\frac{\text{Nm}^3 \text{kgK}}{\text{m}^2 \text{NmK}} \right] \cdot 0,721 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right] \cdot (373,2 - 273,2) \cdot \text{K}$$

$$\underline{Q_{12} = 1,85 \text{ kJ}}$$

c)



$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

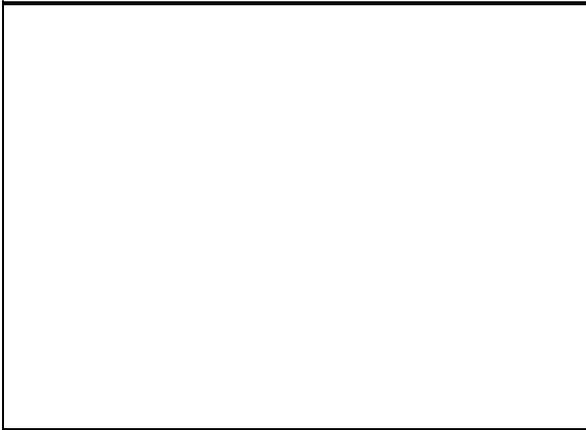
$$s_2 - s_1 = (c_p - R) \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$s_2 - s_1 = (1,008 - 0,287) \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \ln \frac{273,2}{373,2}$$

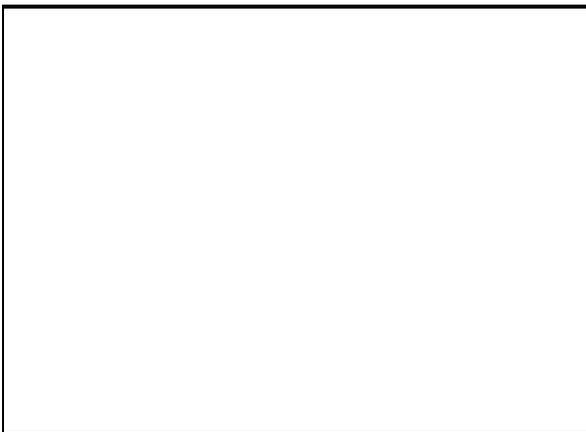
$$\underline{s_2 - s_1 = -0,225 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}}$$

5.2 Isobare Zustandsänderung: $p = \text{const.}$

geschlossenes System:



offenes System:



Thermische Zustandsgleichung: $pv = RT$

Umgeformt: $\frac{T}{v} = \frac{p}{R} = \text{const.}$

$$\frac{T_1}{v_1} = \frac{T_2}{v_2} \quad (5.7)$$

$$w_{12} = -\int_1^2 p dv = -p \int_1^2 dv = -p(v_2 - v_1) \quad (5.8)$$

oder mit $pv_1 = RT_1$

und $pv_2 = RT_2$ folgt

$$w_{12} = -R(T_2 - T_1) \quad (5.9)$$

1. HS geschlossenes System

$$du = dq + dw$$

$$u_2 - u_1 = q_{12} + w_{12}$$

$$q_{12} = u_2 - u_1 - w_{12}$$

$$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) - p(v_1 - v_2)$$

$$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) + p(v_2 - v_1)$$

oder

$$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = (c_v + R)(T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = c_p(T_2 - T_1) \quad (5.10)$$

1. HS für stationäres offenes System

$$h_2 - h_1 = q_{12} + w_{12}$$

$$= q_{12} + \int_1^2 v dp \quad \text{mit} \quad \int_1^2 v dp = 0$$

$$h_2 - h_1 = q_{12}$$

kalorische Zustandsgleichung: $h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$

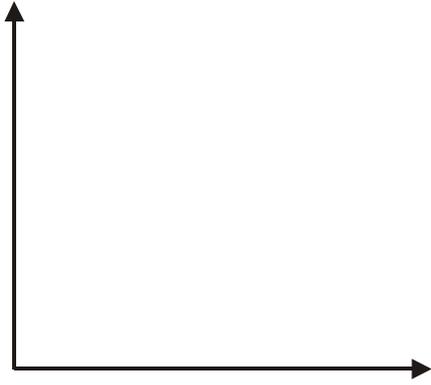
$$\rightarrow q_{12} = c_p(T_2 - T_1)$$

allgemein gilt:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{mit} \quad R \ln \frac{p_2}{p_1} = 0$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (5.11)$$

Qualitative Darstellung der Isobaren und Isochoren im T,s – Diagramm:



Beispiel:



geg.: Medium: Stickstoff
Gewichtskraft: $G = 16000N$
Durchmesser: $D = 0,5 \text{ m}$
Höhe in Zustand 1: $h_1 = 0,3 \text{ m}$
Höhe in Zustand 2: $h_2 = h_1 + 0,25 \text{ m} = 0,55 \text{ m}$
Temperatur: $t_1 = 20^\circ C$

ges.: a) p , b) t_2 , c) w_{12} , d) s_{12}

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad p &= \frac{G}{A} = \frac{G}{\frac{D^2}{4} \pi} \\ &= \frac{16000 \text{ N}}{\frac{0,5^2}{4} \pi \text{ m}^2} \\ \underline{p} &= \end{aligned}$$

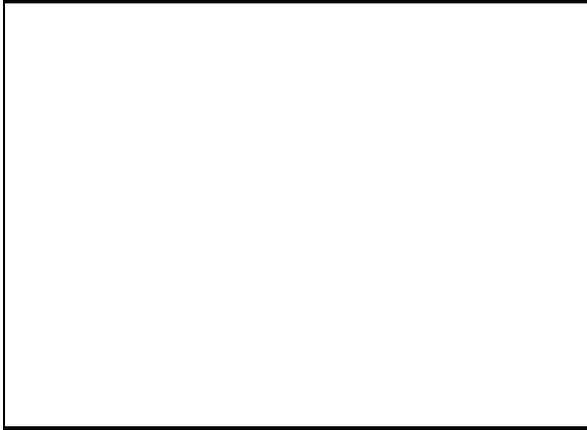
$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{T_2}{T_1} &= \frac{V_2}{V_1} \rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{Ah_2}{Ah_1} = \frac{h_2}{h_1} \\ T_2 &= T_1 \frac{h_2}{h_1} = 293,2 \cdot \frac{0,55}{0,3} \text{ K} = 537,53 \text{ K} \\ \underline{t_2} &= \underline{264,3^\circ \text{C}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad W_{12} &= -p(V_2 - V_1) \\ &= -\frac{G}{A}(A \cdot h_2 - A \cdot h_1) \\ W_{12} &= -G(h_2 - h_1) \\ &= -16000 \text{ N} \cdot 0,25 \text{ m} = 4000 \text{ J} \\ \underline{W_{12}} &= \underline{4 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

$$\text{d)} \quad s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

5.3 Isotherme Zustandsänderung: $T = \text{const.}$

geschlossenes System:



offenes System:



Thermische Zustandsgleichung: $p v = R T = \text{const.} \rightarrow p = \frac{\text{const.}}{v} = \text{Hyperbel}$

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (5.12)$$

$$w_{12} = - \int_1^2 p dv \quad \text{oder umgeformt wegen } p = \frac{RT}{v}$$

$$w_{12} = - \int_1^2 RT \frac{dv}{v}$$

$$w_{12} = - RT \int_1^2 \frac{dv}{v}$$

$$w_{12} = -RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (5.13)$$

wegen $\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}$ gilt auch

$$w_{12} = -RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (5.14)$$

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp \quad \text{wegen } v = \frac{RT}{p} \quad \text{gilt}$$

$$w_{t12} = \int_1^2 RT \frac{dp}{p} = RT \int_1^2 \frac{dp}{p}$$

$$w_{t12} = RT \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{oder} \quad w_{t12} = -RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (5.15)$$

$$w_{12} = w_{t12} \quad (5.16)$$

1. HS: geschlossenes System $du = dq + dw$

da $u = u(T)$ und $T = \text{const.} \rightarrow du = 0 \quad !!!$

$$dq = -dw$$

$$q_{12} = -w_{12} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (5.17)$$

1. HS: offenes System $dh = dq + dw_t$

$$dq = -dw_t$$

$$q_{12} = -w_{t12} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (5.18)$$

2. HS: $ds = \frac{dq}{T}$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T}, \quad \text{da } T = \text{const.}$$

$$q_{12} = T(s_2 - s_1) \quad (5.19)$$

$$s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T} = \frac{RT}{T} \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{p_1}{p_2} = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Beispiel:

geg.: $p_1 = 1 \text{ bar}$ Medium: Luft

$$V_1 = 0,1 \text{ m}^3$$

$$t_1 = 20^\circ\text{C}; T_1 = 293,2\text{K}$$

$$p_2 = 5 \text{ bar}$$

Isotherme Zä: $T_1 = T_2 = 293,2$ ges.: a) V_2 b) W_{12} c) Q_{12}

a) Thermische Zustandsgleichung: $V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 0,1 \cdot \frac{1}{5} \cdot \text{m}^3$

$$\underline{V_2 = 0,02 \text{ m}^3}$$

b) $W_{12} = -mRT \ln \frac{p_1}{p_2}$

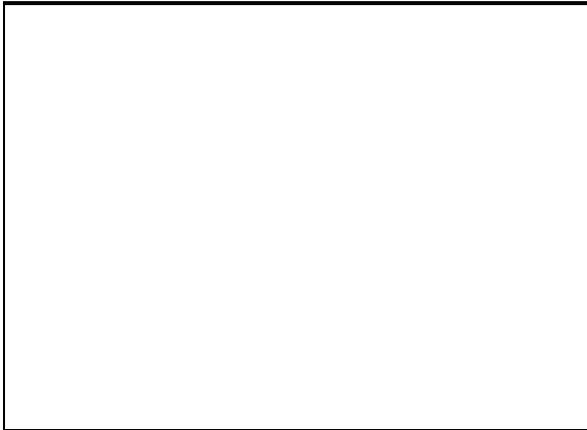
mit $mRT = pV$ gilt

$$W_{12} = -p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

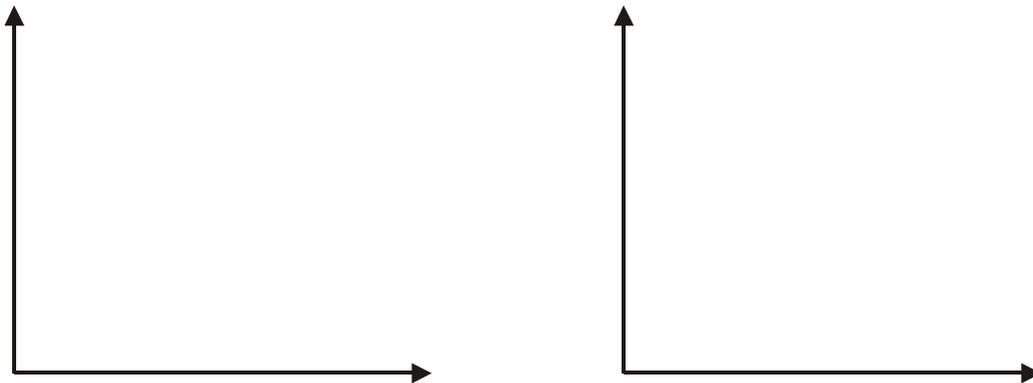
$$= -1 \cdot 0,1 \cdot 10^5 \cdot \ln \frac{1}{5} \left[\frac{\text{Nm}^3}{\text{m}^2} \right]$$

$$\underline{W_{12} = 16,1 \text{ kJ}}$$

c) $\underline{Q_{12} = W_{12} = -16,1 \text{ kJ}}$

5.4 Adiabates System: $q_{12} = 0$ 

Reversible Zustandsänderung im adiabaten System = Isentrope ($s = \text{const.}$)



Allgemein gilt für ideale Gase: (2. HS)

$$(5.1) \quad s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$(5.2) \quad s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Im adiabaten System ist nun – reversible Zustandsänderungen vorausgesetzt – die Entropiedifferenz $s_2 - s_1 = 0$!

Es ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\text{aus (5.1): (1a) } \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_p} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

aus (5.2): (1b) $\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1}$

(2) Andererseits gilt: $c_p - c_v = R$

(3) Def.: $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$

(4) $\frac{R}{c_p} = \frac{c_p - c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{\kappa} = \frac{\kappa - 1}{\kappa}$ in Gl. (1a)

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad (5.20)$$

(5) $\frac{R}{c_v} = \frac{c_p - c_v}{c_v} = \kappa - 1$ (in Gl. 1b)

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -(\kappa - 1) \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{-(\kappa - 1)} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \quad (5.21)$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen (5.20) und (5.21) resultiert:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa} \quad (5.22)$$

$$p_1 v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa} = p v^{\kappa} = \text{const.} = \text{Adiabatengleichung} \quad (5.23)$$

$$w_{12} : 1.HS : du = dq + dw \quad \text{mit } dq = 0$$

$$dw = du$$

$$w_{12} = c_v (T_2 - T_1) \quad (5.24)$$

$$w_{i12} : 1.HS : dh = dq + dw_i \quad \text{mit } dq = 0$$

$$dw_i = dh$$

$$w_{i12} = c_p (T_2 - T_1) \quad (5.25)$$

mit $c_v = \text{const.} = \frac{1}{(\kappa - 1)} R$ folgt

$$w_{12} = \frac{1}{(\kappa - 1)} RT_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

$$w_{12} \stackrel{(5.20)}{=} \frac{RT_1}{(\kappa - 1)} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ oder} \quad (5.26)$$

$$w_{12} \stackrel{(5.21)}{=} \frac{RT_1}{(\kappa - 1)} \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] \quad (5.27)$$

$$w_{i12} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

$$w_{i12} \stackrel{(5.20)}{=} \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \quad (5.28)$$

$$w_{i12} \stackrel{(5.21)}{=} \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] \quad (5.29)$$

$$\text{Es gilt: } w_{12} = \frac{1}{\kappa} w_{i12} \quad (5.30)$$

Beispiel:



geg.: Luft

$$p_1 = 1 \text{ bar}; V_1 = 0,1 \text{ m}^3; t_1 = 20^\circ\text{C} = 293,2 \text{ K}$$

$$p_2 = 5 \text{ bar}$$

Isentrope Zustandsänderung

ges.: a) V_2 b) W_{12} c) Q_{12} d) T_2 a) Adiabaten Gleichung: $pV^\kappa = \text{const.}$

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$V_2 = 0,1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{1,4}} \text{ m}^3 = 0,032 \text{ m}^3$$

$$\text{b) } W_{12} = \frac{mRT_1}{(\kappa - 1)} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1}{(\kappa - 1)} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

$$= \frac{10^5 \cdot 0,1}{0,4} \left[5^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right] \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2} \right]$$

$$\underline{W_{12} = 14,6 \text{ kJ}}$$

c) $\underline{Q_{12} = 0}$

$$\text{d) } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\underline{T_2 = 293,2 \cdot 5^{\frac{0,4}{1,4}} = 464,4 \text{ K}}$$

5.5 Polytrope Zustandänderung:

bisher wurden die folgenden Grenzfälle behandelt:

- a) isotherme Zä: $pV = const.$ oder $pV^1 = const.$ entspricht einem System mit ideal wärmedurchlässiger Wand
- b) isentrope Zä: $pV^K = const.$ entspricht einem System mit völlig wärmedichten Wänden

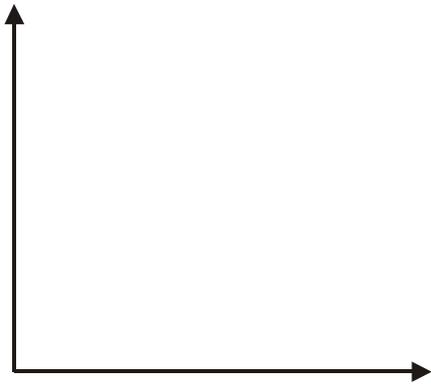
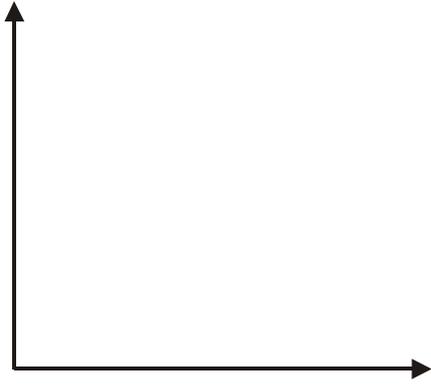
allgemeiner Ansatz der polytropen Zustandänderung:

$pV^n = const.$ mit $n = \text{Polytropenexponent}$

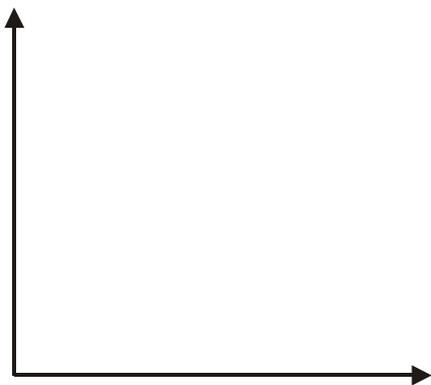
häufig $1 < n < K$

Zusammenfassung der speziellen Zustandänderung im $p, V - \text{Diagramm}$ und deren Darstellung als Sonderfall der polytropen Zustandsänderung

Zustands- änderung	spezifische thermische Zustandsgleichung	Darstellung mit Polytropengleichung	Exponent
Isobare	$p = const.$	$pV^0 = const.$	$n = 0$
Isotherme	$pV = const.$	$pV^1 = const.$	$n = 1$
Isentrope	$pV^K = const.$	$pV^K = const.$	$n = K$
Isochore	$p/T = const.$	$pV^{\infty} = const.$	$n = \infty$



Darstellung im T, s – Diagramm



Durch Ersatz des Adiabatenexponenten κ durch den Polytropenexponenten n ergeben sich analog zu den Gleichungen für das adiabate System:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \quad (5.31)$$

$$W_{12} = \frac{mRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.32)$$

$$w_{t12} = n \cdot w_{12} \quad (5.33)$$

1. HS:

geschlossenes System $du = dq + dw$

offenes System $dh = dq + dw_t$

für $1 < n < \kappa$ kann 1.HS nicht vereinfacht werden

$$q_{12} = u_2 - u_1 - w_{12}$$

$$\begin{aligned} &= c_v (T_2 - T_1) - \overbrace{\frac{p_1 V_1}{n-1} \left[\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \right]}^{w_{12}} \\ &= c_v (T_2 - T_1) - \frac{RT_1}{n-1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \end{aligned}$$

$$q_{12} = c_v (T_2 - T_1) - \frac{R}{n-1} (T_2 - T_1)$$

mit $R = (\kappa - 1) \cdot c_v \rightarrow$

$$q_{12} = c_v (T_2 - T_1) - \frac{\kappa - 1}{n - 1} c_v (T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = \left[c_v - \frac{\kappa - 1}{n - 1} c_v \right] (T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = c_v \frac{n - 1 - (\kappa - 1)}{n - 1} (T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = c_v \underbrace{\frac{n - \kappa}{n - 1}}_{c_n} (T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = c_n (T_2 - T_1) \quad \left| \quad c_n = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_v \right. \quad (5.34)$$

2. HS:

$$dq = T ds = c_n dT$$

$$ds = c_n \frac{dT}{T} \quad \left| \quad \int \right.$$

$$s_2 - s_1 = c_n \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \text{falls } c_n = \text{const.} \quad (5.35)$$

Steigung der Polytropen im T, s – Diagramm

$$\left(\frac{dT}{ds} \right)_n = \frac{T}{c_n}$$

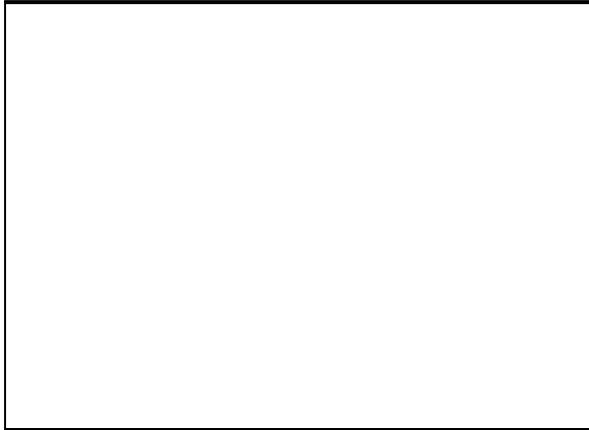
5.6 Der Verdichter

→ Kolbenverdichter: $\dot{m} \leq 200 \text{ kg/h}$, $p_2 \leq 2500 \text{ bar}$

→ Gebläse (Strömungsmaschinen): $\dot{m} = \text{klein bis sehr groß}$, $p_2 \leq 3 \text{ bar}$

5.6.1 Einstufiger Kolbenverdichter ohne schädlichen Raum

Kolbenverdichter

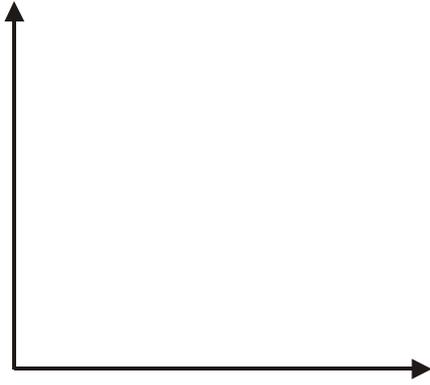


Einstufiger Kolbenverdichter ohne schädlichen Raum

4-1 Ansaugen des Arbeitsgases

1-2 Verdichtung

2-3 Ausschieben des verdichteten Gases in die Hochdruckleitung bis zum Erreichen des oberen Totpunktes (O.T.)



Einschiebearbeit p_1V_1

Ausschiebearbeit p_2V_2

Es gilt: $W_t + p_1V_1 = p_2V_2 - \int_1^2 p dV$

$$W_t = p_2V_2 - p_1V_1 - \int_1^2 p dV$$

$$W_t = \int_1^2 V dp$$

1. HS: $H_2 - H_1 = Q_{12} + W_t$

für adiabate Systeme $H_2 - H_1 = W_t$

Annahme: Zä 1-2 polytrop mit $pV^n = \text{const.} = C$

→ Zwischenrechnung: Adiabate Systeme:

$$H_2 - H_1 = W_t$$

(1) $W_t = \int_1^2 V dp$

mit vorheriger Annahme

(2) $pV^n = C \rightarrow V = \left(\frac{C}{p}\right)^{\frac{1}{n}}$ mit $C = p_1V_1^n = p_2V_2^n$

(2) in (1) $W_t = \int_1^2 \left(\frac{C}{p}\right)^{\frac{1}{n}} dp = C^{\frac{1}{n}} \int_1^2 p^{-\frac{1}{n}} dp$

$$\begin{aligned}
 W_t &= C^{\frac{1}{n}} \left[\frac{n}{n-1} p^{1-\frac{1}{n}} \right]_1^2 = C^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n-1} \left[p_2^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{n-1}{n}} \right] \\
 &= \frac{n}{n-1} \left(p_2^{\frac{1}{n}} V_2 p_2^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{1}{n}} V_1 p_1^{\frac{n-1}{n}} \right) \\
 W_t &= \frac{n}{n-1} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \tag{5.34}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_t &= \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} - 1 \right] \\
 &= \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \tag{5.35}$$

Darstellung der Mehrarbeit bei isentroper Verdichtung gegenüber isothermer Verdichtung



Die Arbeit W_t wird umso kleiner, je mehr man sich dem Grenzfall der isothermen Kompression nähert. Für reversible adiabate Prozesse ergibt sich:

$$W_{t,adiabat} = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

Theoretische Leistungsaufnahme:

$$P = \dot{m} \cdot W_t \quad (5.36)$$

Berechnung der bei Kompression abgegebenen Wärme:

Polytropengleichung $Q_{12} = c_n m (T_2 - T_1)$

$$Q_{12} = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_v m (T_2 - T_1)$$

$$Q_{12} = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_v m T_1 \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right) - 1 \right]$$

mit $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$ und $c_v = \frac{1}{(\kappa - 1)} R$ folgt

$$Q_{12} = \frac{n - \kappa}{(n - 1)(\kappa - 1)} m R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.37)$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{n - \kappa}{(n - 1)(\kappa - 1)} \dot{m} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.38)$$

$$W_{t2} = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_{21}}{p_{11}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 + \left(\frac{p_{22}}{p_{12}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$W_{t2} = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_{21}}{p_{11}} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left(\frac{p_{22}}{p_{12}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 2 \right] \quad (5.39)$$

$$W_{tK} = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\sum_{i=1}^K \left(\frac{p_{2i}}{p_{1i}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - K \right] \quad (5.40)$$

Optimales Druckverhältnis bei 2-stufiger Verdichtung, so dass W_{t2} minimal wird:

Es gilt: $p_{21} = p_{12} = p_x = ?$

für $W_{t2} = W_{\min}$ gilt $\frac{dW_{t2}}{dp_x} = 0$

$$W_{t2} = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_x}{p_{11}} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left(\frac{p_{22}}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 2 \right]$$

$$\frac{dW_{t2}}{dp_x} = C \left[\frac{n-1}{n} p_x^{-\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{p_{11}} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \frac{1-n}{n} p_x^{\frac{1-2n}{n}} p_{22}^{\frac{n-1}{n}} \right] = 0$$

$$p_x^{\frac{1}{n}} p_{11}^{\frac{1-n}{n}} = p_x^{\frac{1-2n}{n}} p_{22}^{\frac{n-1}{n}}$$

$$p_x^{\frac{1}{n} - \frac{1-2n}{n}} = \left(p_{11} p_{22} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$p_x^{\frac{2(n-1)}{n}} = \left(p_{11} p_{22} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\rightarrow p_x^2 = p_{11} p_{22} \rightarrow \frac{p_x}{p_{11}} = \frac{p_{22}}{p_x} \quad (5.41)$$

für K Stufen gilt: $W_{tK} = W_{tK \min}$, wenn

$$\frac{p_{21}}{p_{11}} = \frac{p_{22}}{p_{12}} = \frac{p_{23}}{p_{13}} = \frac{p_{24}}{p_{14}} = \frac{p_{2K}}{p_{1K}} = \sqrt[K]{\frac{p_{2K}}{p_{11}}}$$

$$W_{tK \min} = \frac{n}{n-1} mRT_1 K \left[\left(\sqrt[K]{\frac{p_{2K}}{p_{11}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.42)$$

Die minimale Verdichtungsarbeit für K-Stufen

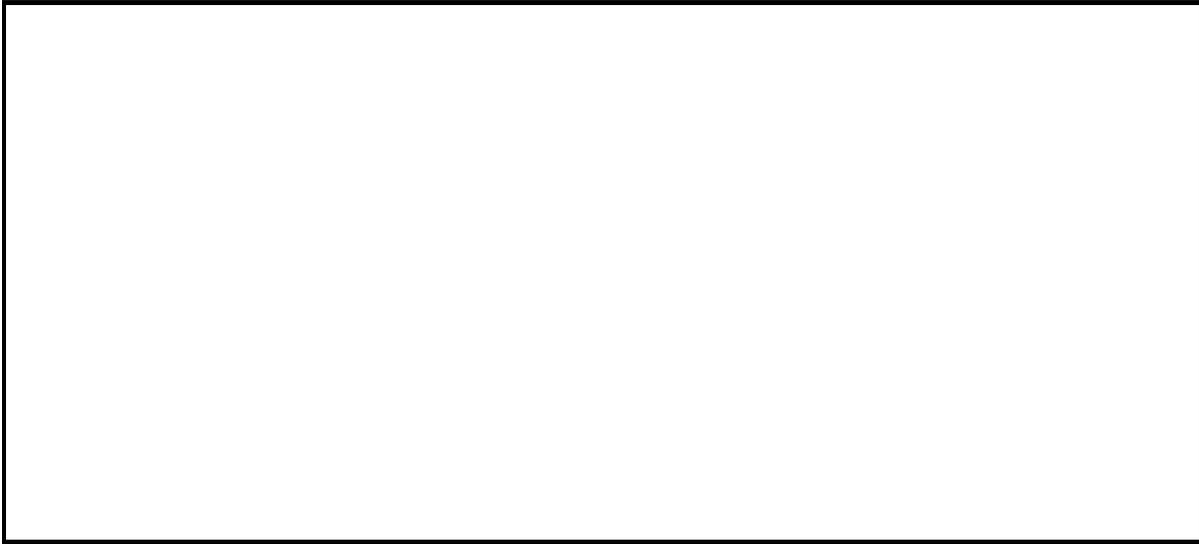
$$Q_{\text{Stufe}} = \frac{n-K}{(n-1)(K-1)} mRT_1 \left[\left(\sqrt[K]{\frac{p_{2K}}{p_{11}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.43)$$

$$Q_{\text{Kühlung } i\text{-te Stufe}} = mc_p \left(\overbrace{T_{1,i}}^{\text{Anfangstemp. } i\text{-te Stufe}} - \underbrace{T_{2,i-1}}_{\text{Endtemp. } (i-1)\text{te Stufe}} \right) \quad (5.44)$$

$$Q_{\text{Kühlung}} = mc_p T_1 \left[\left(\sqrt[K]{\frac{p_{2k}}{p_{11}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (5.45)$$



5.6.3 Einstufiger Kolbenverdichter mit schädlichem Raum



Definitionen:

E_s : Einlassventil schließt

A_o : Auslassventil öffnet

A_s : Auslassventil schließt

E_o : Einlassventil öffnet

Hubvolumen $V_H = V_1 - V_3$

Ansaugvolumen $V_1 - V_4$

Bezogener schädlicher Raum $\varepsilon_s = \frac{V_3}{V_H} = \frac{V_3}{V_1 - V_3}$

Füllungsgrad $\mu = \frac{\text{Ansaugvolumen}}{\text{Hubvolumen}} = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3}$

wegen (1) $p_1 = p_4$ sowie (2) $p_2 = p_3$ und

$$(3) p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

$$(4) p_3 V_3^n = p_4 V_4^n$$

$$(5) \mu = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3}$$

$$(6) V_1 - V_3 = \frac{V_3}{\varepsilon_s}$$

$$(6) \text{ in } (5) \mu = \frac{V_1 - V_4}{V_3} \varepsilon_s$$

$$\mu = \left(\frac{V_1}{V_3} - \frac{V_4}{V_3} \right) \varepsilon_s$$

$$(7) \quad \mu = \left(\frac{V_1}{V_3} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \varepsilon_s$$

$$(6) \cdot \frac{1}{V_3} : \quad \frac{V_1}{V_3} - 1 = \frac{1}{\varepsilon_s}$$

$$\frac{V_1}{V_3} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_s} \text{ in } (7)$$

$$\mu = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_s} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \varepsilon_s$$

$$\mu = 1 + \varepsilon_s - \varepsilon_s \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\mu = 1 - \varepsilon_s \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \quad (5.46)$$

$$W_t = \frac{n}{n-1} p_1 (V_1 - V_4) \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \text{ Verdichtungsarbeit} \quad (5.47)$$

$$\eta_{\text{indiz}} = \frac{W_{\text{isoth}}}{W_{\text{indiz}}} \quad (5.48)$$

$$\eta_{\text{mech}} = \frac{W_{\text{indiz}}}{W_{\text{mech}}} \quad (5.49)$$

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{ind}} \cdot \eta_{\text{mech}} = \frac{W_{\text{isoth}}}{W_{\text{mech}}} \quad (5.50)$$

Maximalwert für η_{ges} in der Praxis $\eta_{\text{ges}} = 0,7$

6. Kreisprozesse (Vergleichsprozesse)

Primärenergieträger:

fossil: Kohle, Erdgas, Erdöl, Uran

- nicht fossil:
- Wasserkraft (ökologisch nicht unbedenklich, in Verbindung mit Staudämmen)
 - Wind (in windreichen Regionen bereits kostendeckend)
 - Sonnenenergie (Solarthermik zur Brauchwassererwärmung, Photovoltaik)

Grundlegende Erkenntnisse sind der Allgemeinheit weitgehend unbekannt, aber unerlässlich für die Beurteilung vorhandener Prozesse und die Lösung zukünftiger energietechnischer Probleme.

6.1 Allgemeines

Kreisprozeß: Folge von Zustandänderungen bis zum Ausgangspunkt

→ Kraftmaschinen: Erzeugung mechanischer Arbeit mit Hilfe thermischer Energie

- Dampfmaschine
- Verbrennungsmotoren
- Turbinenstrahltriebwerke
- Dampfkraftanlagen

→ Arbeitsmaschinen: Erzeugung niedriger Temperaturen oder hoher Drücke mit Hilfe mechanischer Arbeit

- Gaskältemaschinen
- Gasverflüssigungsverfahren
- Verdichter

Die Darstellung im p, V und T, s – Diagramm erfolgt bei Kraftmaschinen rechtsgängig bei Arbeitsmaschinen hingegen linksgängig.

Zur Beurteilung wirklicher Prozesse benutzt man vereinfachte Vergleichsprozesse.

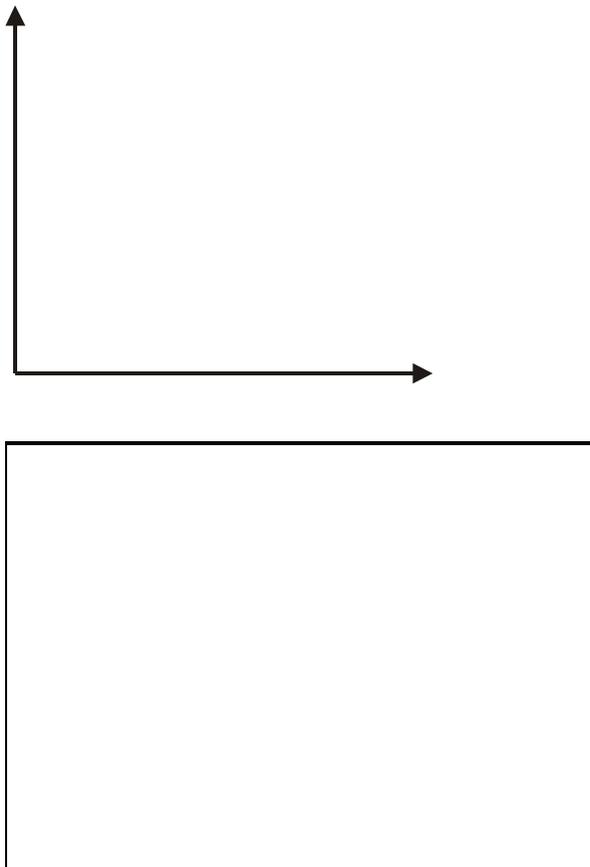
Vereinfachende Annahmen:

1. Irreversible Zustandsänderungen der wirklichen Prozesse werden durch reversible Zustandsänderungen angenähert.
2. Das wirkliche (reale) Arbeitsmittel wird durch ein ideales Gas ersetzt.

Beurteilungsverfahren:

1. Man berechnet Wirkungsgrade für die Vergleichsprozesse und vergleicht diese mit den in der Maschine real gemessenen Wirkungsgraden.
2. Man vergleicht Vergleichsprozesse untereinander, um eine Aussage über die Güte eines Prozesse im Vergleich zu einem anderen zu erhalten.

Allgemeiner Kreisprozeß



1.HS: $dU = dQ + dW$

$$U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

$$U_1 - U_2 = Q_{21} + W_{21}$$

$$0 = \underbrace{Q_{12} + Q_{21}}_{\sum Q} + \underbrace{W_{12} + W_{21}}_{W_K} = \text{Arbeit des reibungsfreien Kreisprozesses}$$

$$-W_K = \sum Q \quad (6.1)$$

graphisch $|W_{12}| > |W_{21}|$ bei rechtsgängigem Prozeß

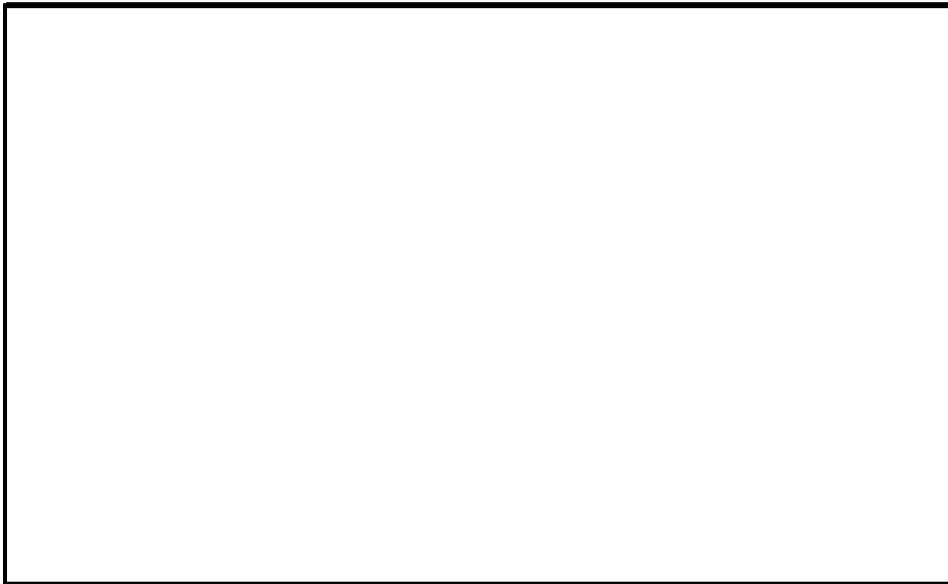
→ Wärmekraftprozesse sind rechtsgängige oder rechtslaufende Kreisprozesse

Thermischer Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}} = \frac{-W_K}{Q_{zu}} \quad (6.2)$$

6.2 Der Carnotprozeß

Der bestmögliche Vergleichsprozess mit höchstmöglichem thermischen Wirkungsgrad!



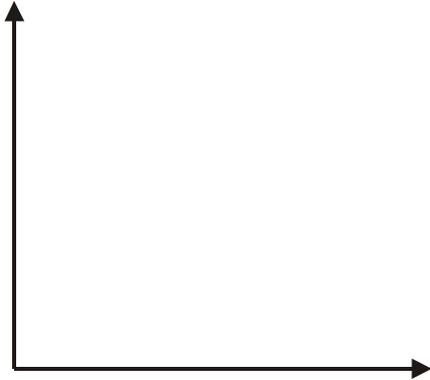
1. HS: $dQ + dW = 0$

$$Q_{zu} + Q_{ab} + \underbrace{W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}}_{W_K} = 0$$

$$-W_K = Q_{zu} + Q_{ab}$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{zu} + Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{-W_K}{Q_{zu}}$$

Die Arbeit des reibungsfreien Kreisprozesses W_K ist gleich der Summe aller zu- und abgeführten Volumenänderungsarbeiten. Der Betrag $|-W_K|$ ist gleich der Summe aller zu- und abgeführten Wärmen.



Ermittlung von Q_{ab} und Q_{zu} durch 2. HS

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \rightarrow dQ = TdS$$

$dS = 0$ für adiab. rev. Zustandsänderungen



$$Q_{12} = Q_{zu} = \int_1^2 TdS = T_0(S_2 - S_1)$$

$$Q_{34} = Q_{ab} = \int_3^4 TdS = T_u(S_4 - S_3)$$

$$\eta_{th} = 1 + \frac{T_u(S_4 - S_3)}{T_0(S_2 - S_1)}$$

mit $S_4 - S_3 = -(S_2 - S_1)$ folgt

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_u}{T_o} \quad (6.4)$$

Forderung: T_o möglichst hoch (Werkstoff)

T_u möglichst klein (Umgebung)

Ist nicht praktisch durchführbar,

- da Wärmeübertragung bei konstanter Temperatur theoretisch unendlich langsam ist
- da die zur Verfügung stehenden Wärmen in der Regel bei gleitender Temperatur anfallen, z.B. bei Verbrennungsgasen in Temperaturintervall zwischen 1600 °C und 120 °C

Merksätze:

- 1.) Der thermische Wirkungsgrad des Carnotprozesses η_C wird als Carnotfaktor bezeichnet und ist ausschließlich abhängig von der unteren und oberen Prozesstemperatur.
- 2.)
$$\eta_C = 1 - \frac{T_u}{T_o} = 1 - \left(\frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^{\kappa-1} \quad (6.5)$$
- 3.) Es gibt keinen Kreisprozeß, der für einen gegebenen Temperaturbereich $T_o - T_u$ einen besseren thermischen Wirkungsgrad hat, als der Carnotprozeß.
- 4.) Der thermische Wirkungsgrad des Carnotprozesses ist vom Arbeitsmittel unabhängig.

1. Beispielrechnung:

Welchen thermischen Wirkungsgrad erreicht z.B. ein rechtsläufiger Carnotprozeß, der zwischen einer Wärmequelle von 700 °C und einer Wärmesenke von 25 °C betrieben wird? Welcher Teil wird in mechanische Energie umgewandelt? Wie erhöht sich der Wirkungsgrad, wenn es gelingt die Temperatur auf 1100 °C zu steigern?

Lösung:

$$- \eta_{th} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{273,15 + 25}{273,15 + 700} = 0,694$$

- d.h. 69,4% der zugeführten Wärme sind in mechanische Arbeit umwandelbar
- Bei Erhöhung der Temperatur der Wärmequelle auf 1100 °C ergibt sich η_{th} zu
 $\eta_{th} = 0,783 = 78,3\%$
- Der Wirkungsgrad erhöht sich um 8,9%.

2. Beispielrechnung

Ein Carnot-Prozeß mit Luft im idealen Gaszustand als Arbeitsmittel arbeitet zwischen den Temperaturen $t_u = 27^\circ\text{C}$ und $t_o = 1827^\circ\text{C}$. Auf dem unteren Temperaturniveau betragen die Drücke vor und nach der isothermen Verdichtung 1 bar bzw. 2 bar. Errechnen sie die Drücke auf dem oberen Temperaturniveau, die zuzuführende und abzuführende spezifische Wärme, die spezifische Kreisprozessarbeit sowie den thermischen Wirkungsgrad!

geg.: Carnot-Prozeß

$$t_o = 1827^\circ\text{C} \quad p_3 = 1\text{bar}$$

$$t_u = 27^\circ\text{C} \quad p_4 = 2\text{bar}$$

- ges.:
- a) p_2 [bar]
 - b) p_1 [bar]
 - c) q_{zu} [kJ/kg]
 - d) q_{ab} [kJ/kg]
 - e) w_k [kJ/kg]
 - f) η_{th}

$$\text{a) Isentrope: } \frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (1)$$

$$p_2 = p_3 \left(\frac{T_o}{T_u} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$p_2 = 1 \text{ bar} \left(\frac{1827 + 273,2}{27 + 273,2} \right)^{1,4}$$

$$\underline{p_2 = 907 \text{ bar}}$$

$$\text{b) } \frac{p_1}{p_4} = \left(\frac{T_1}{T_4} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \text{ da } T_1 = T_2 \text{ und } T_4 = T_3$$

$$\rightarrow \frac{p_1}{p_4} \stackrel{(1)}{=} \frac{p_2}{p_3} \rightarrow p_1 = p_4 \frac{p_2}{p_3} = 2 \text{ bar} \frac{907}{1}$$

$$\underline{p_1 = 1814 \text{ bar}}$$

$$\text{c) } q_{zu} = q_{12}$$

$$= RT_o \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$= 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 2100\text{K} \cdot \ln \frac{1814 \text{ bar}}{907 \text{ bar}}$$

$$\underline{= 417,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

$$\text{d) } q_{ab} = q_{34}$$

$$= RT_u \ln \frac{p_3}{p_4}$$

$$= 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 300\text{K} \cdot \ln \frac{1 \text{ bar}}{2 \text{ bar}}$$

$$\underline{= -59,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

$$\text{e) } w_k = -\sum q = -(q_{zu} + q_{ab})$$

$$= -(417,8 - 59,7) \frac{kJ}{kg}$$

$$= -358,1 \frac{kJ}{kg}$$

$$\text{f) } \eta_{th} = \frac{-w_k}{q_{zu}} = \frac{+358,1 kJ / kg}{417,8 kJ / kg}$$
$$= 0,86$$

$$\text{oder zur Probe: } \eta_{th} = 1 - \frac{T_u}{T_o} = 1 - \frac{300K}{2100K}$$

$$\underline{\eta_{th} = 0,86}$$

6.3 Kraftmaschinenprozesse

6.3.1 Vergleichsprozesse der Brennkraftmaschine

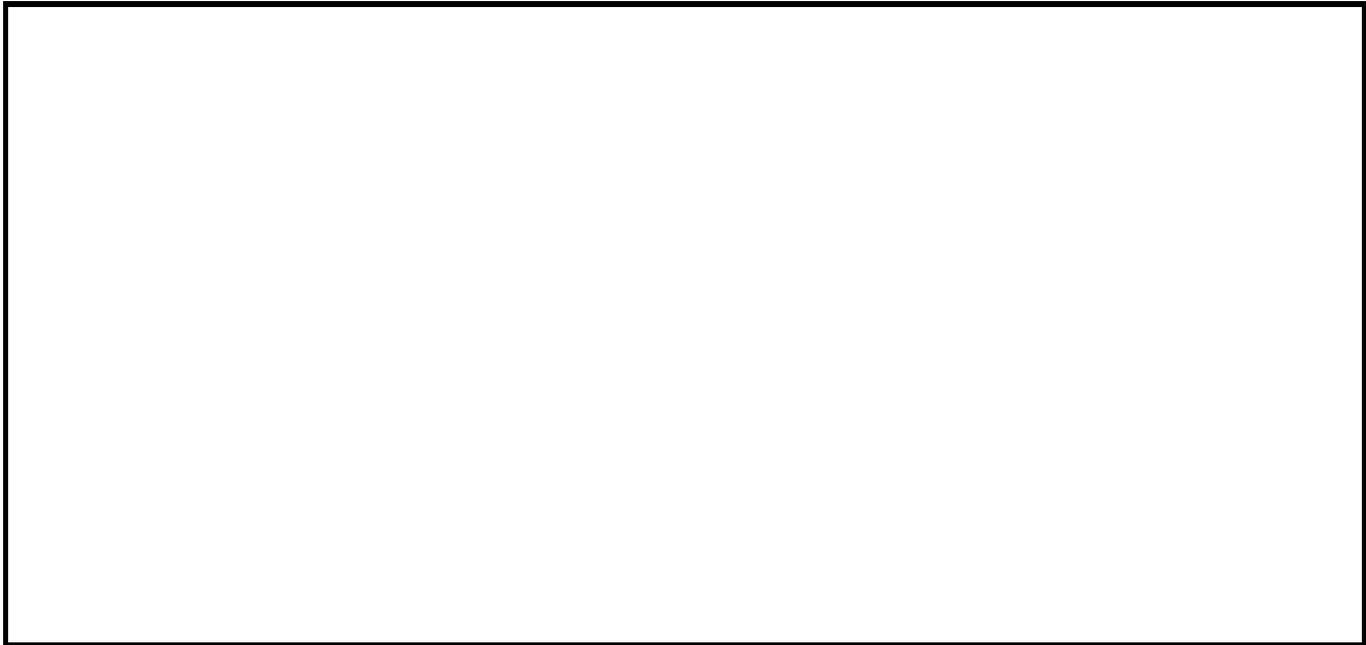
Gleichraumprozeß: Ottomotor



Gleichdruckprozeß: langsamlaufender Dieselmotor



Gemischter Prozeß (Seiliger-Prozeß): schnelllaufender Dieselmotor



6.3.1.1 Otto – Vergleichsprozess (Gleichraumprozeß)

$$\eta_{th} = f(\varepsilon, k)$$

$$(0) \quad \text{Verdichtungsverhältnis } \varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

$$(1) \quad \eta_{th} = -\frac{W_k}{Q_{zu}} = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

$$(2) \quad Q_{zu(rev)} = Q_{23(rev)} = mc_v (T_3 - T_2)$$

$$(3) \quad Q_{ab(rev)} = Q_{41(rev)} = mc_v (T_1 - T_4)$$

$$(2)(3) \text{ in } (1) \rightarrow (4) \quad \eta_{th} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (6.6)$$

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase: $pV = mRT$

vereinfacht sich für Isochore zu: $\frac{P}{T} = const.$

ergibt sich für Adiabate zu: $TV^{\kappa-1} = const.$

$$\text{Adiabate 1 - 2: } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1} \leftrightarrow T_2 = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \quad (5)$$

$$\text{Isochore 2 - 3: } \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} \leftrightarrow T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} \xrightarrow{(5)} T_3 = T_1 \frac{p_3}{p_2} \varepsilon^{\kappa-1} \quad (6)$$

$$\text{Adiabate 3 - 4: } \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \leftrightarrow T_4 = T_3 \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \xrightarrow{(6)} T_4 = T_1 \frac{p_3}{p_2} \quad (7)$$

Ersetzt man T_2, T_3, T_4 durch T_1 (Gl. 5, 6, 7) so hat man

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1 \frac{p_3}{p_2} - T_1}{T_1 \frac{p_3}{p_2} \varepsilon^{\kappa-1} - T_1 \varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \quad (6.7)$$

Beispiel:

geg.: Ottoprozeß $\kappa = 1,4$

$$\varepsilon_1 = 6$$

$$\varepsilon_2 = 10$$

ges.: η_{th}

$$\eta_{th_1} = 1 - \frac{1}{6^{0,4}} = 51,2\%$$

$$\eta_{th_2} = 1 - \frac{1}{10^{0,4}} = 60,2\%$$

Beispielrechnung zum Einfluß des Verdichtungsverhältnisses beim Otto – Prozeß

geg.: $n = 3400 \frac{U}{\text{min}}$ $\kappa = 1,4 = \text{const.}$

$$V_H = 2,0l \quad R_L = 287,1 \frac{J}{\text{kgK}}$$

$$Q_{zu} = 2,5kJ \quad p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$t_1 = 20^\circ\text{C}$$

ges.: Eckpunkte des Prozesses, η_{th} und abgegebene Leistung für

Fall 1: $\varepsilon = 6$, $V_2 = 0,4 \text{ l}$ und

Fall2: $\varepsilon = 8$, $V_2 = 0,25 \text{ l}$

Lösung:

Zustand 1: $V_1 = V_2 + V_H$

$$T_1 = t_1 + 273,15 \text{ [K]}$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{R_L T_1}$$

Adiabate nach Zustand 2:

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = p_1 \varepsilon^\kappa$$

Isochore nach Zustand 3:

$$Q_{zu} = mc_v (T_3 - T_2)$$

$$T_3 = \frac{Q_{zu}}{mc_v} + T_2$$

mit $c_v = \frac{1}{\kappa - 1} R$ für id. Gas

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2}$$

Adiabate nach Zustand 4:

$$T_4 = T_3 \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Thermischer Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

Abgegebene Arbeit pro Arbeitstakt:

$$W_{ab} = \eta_{th} Q_{zu}$$

Abgegebene Leistung für Viertaktmotor:

$$P_{id} = \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{60} W_{ab}$$

ε	V_2 [l]	V_1 [l]	T_1 [K]	m [g]	T_2 [K]	p_2 [bar]	T_3 [K]	p_3 [bar]	T_4 [K]	p_4 [bar]	η_{th} [%]	w_{id} [kJ]	P_{id} [kW]
6	0,40	2,40	293,15	2,85	600	12,30	1822	37,40	889	3,0	51,20	1,28	36,30
8													

6.3.1.2 Der reale Ottoprozeß

Ottoprozeß ist ein offener Prozeß, der reine Luft- oder Kraftstoff – Luft – Gemische ansaugt, verdichtet, das Kraftstoff – Luft – Gemisch verbrennt, die entstandenen Abgase entspannt und wieder ausschleibt.

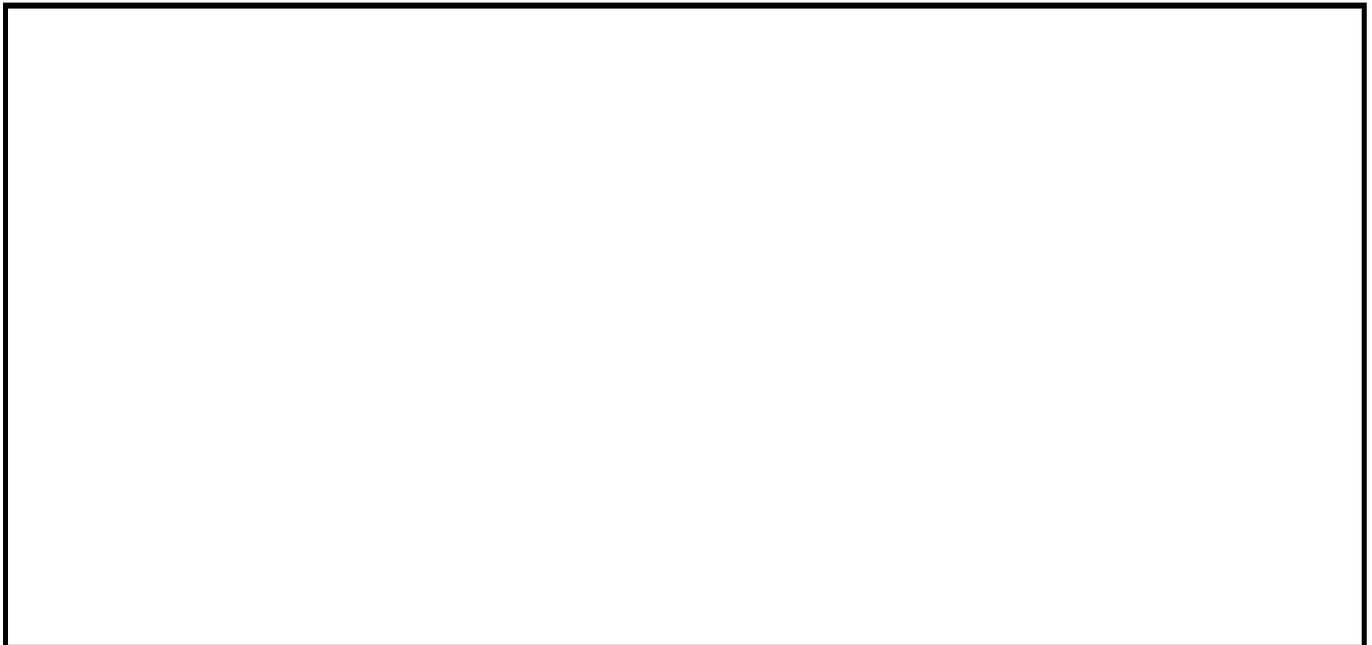
Die angesaugte Gasmenge wird nicht nur einer Reihe von schnellen Zustandsänderungen unterworfen sondern zusätzlich chemisch verändert.

Die klassische Thermodynamik befasst sich nur mit Gleichgewichtszuständen, d.h. quasi statische Zustandsänderungen. In Kolbenmaschinen finden jedoch Volumenänderungen in endlichen Geschwindigkeiten statt → Druckwellen, Reibungsspannungen. Anfangs- und Endzustände der Zustandsänderungen lassen sich trotzdem mit hinreichender Genauigkeit als Gleichgewichtszustände darstellen.

Ottoprozeß

→ 2 Takt – Verfahren

→ 4 Takt – Verfahren



Ottoprozeß – Beschreibung:

1. Takt: Ansaugen bei offenem Einlassventil, geschlossenem Auslaßventil
(Unterdruck von wenigen zehntel bar)

2. Takt: Verdichten bei geschlossenen Ventilen von UT nach OT

Endwerte:

Otto	Diesel	
$p_2 = 10 \text{ bis } 16$	30 bis 50	bar
$t_2 = 350 \text{ bis } 450$	550 bis 700	°C

Idealisiert: ohne Wärmeabgabe schnell, d.h. Adiabate Zustandänderung

3. Takt: Verbrennung bei geschlossenen Ventilen in der Nähe der oberen Totpunkten.

Endwerte:

Otto	Diesel	
$p_3 = 40 \text{ bis } 70$	60 bis 100	bar
$t_3 = 2500$	2000	°C

Idealisiert: Isochore Zustandänderung

Ausdehnung des Gases: Nur hier wird Arbeit verrichtet.

Tragen wir Drücke über Kolbenstellung auf, so erhalten wir das tatsächliche Indikatordiagramm. Nun wollen wir für Auslegungsrechnungen analytische Annäherungen finden um η_{th} berechnen zu können.

Verdichtungsverhältnis: $\varepsilon = \frac{V_H + V_K}{V_K}$

Das Verdichtungsverhältnis ist begrenzt durch die Selbstzündung des Gemisches. Klopfen tritt auf, wenn sich das Gemisch an anderen Stellen entzündet als an der Flammenfront, die von der Zündkerze ausgeht.

Annahmen:

- Es liege das gleiche Verdichtungsverhältnis im realen und idealen Prozeß vor.
- Das Arbeitsgas (Benzin – Gasmisch) verhält sich wie ein ideales Gas;
 $c_v = konst. \neq f(T)$.
- Die Wände seien Wärmedicht (adiabat, rev.).
- Die innere Verbrennung sei ersetzbar durch äußere Wärmezufuhr.
- Die Wärmezufuhr entspreche der Wärmemenge, die bei vollständiger und vollkommener Verbrennung der zugeführten Brennstoffe entsteht.
- Die Verbrennung erfolge schlagartig, d.h. bei konstantem Volumen.
- Das Ausschieben des verbrauchten Gemisches und das Ansaugen der Frischladung sei ersetzbar durch eine Wärmeabgabe nach außen.



- mittlerer Kolbendurchmesser p_i
- Indizierte Leistung $P_i = p_i \cdot V_h \cdot z \cdot n \cdot i$
- Nutzleistung $P_e < P_i$
- mechanischer Wirkungsgrad $\eta_m = \frac{P_e}{P_i}$
- unterer Heizwert $H_u \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
- Kraftstoffverbrauch $B \left[\frac{kg}{h} \right]$
- Nutzungswirkungsgrad $\eta_e = \frac{P_e}{BH_u}$
- Typische Werte für η_e : Ottomotor 0,22 – 0,32
 Dieselmotor 0,28 – 0,42

Mit dem Indikatordiagramm haben wir die reale Arbeit W , die vom Arbeitsgas auf den Kolben übertragen wird als nicht schraffierte Fläche. Zeichnet man die gleiche Fläche als Rechteck vom 0 – Punkt aus in das Diagramm ein bis zum Ansaugvolumen V_1 ergibt sich als Ordinatenwert das Rechtecks der „mittlere Kolbendruck p_i “ auf der p – Achse.

$$W = p_i V_h$$

$$P_i = p_i \cdot V_h \cdot z \cdot n \cdot i$$

mit: $z = \text{Zylinderzahl}$

$i = 0,5$ bei Viertakt

$i = 1$ bei Zweitakt

Nutzleistung $P_e < P_i$ ist die Leistung, die an der Motorkupplung zur Verfügung steht.

- Reibleistung in Lagern, an Kolbenringen
- Hilfsmaschinen: Benzinpumpe, Wasserpumpe, Ölpumpe, Lüfter, Einspritzpumpe, Lichtmaschine

Klopfen: schlagartige Verbrennung bei Selbstzündungen an heißen Stellen → Druckwellen; mechanische und thermische Überlastung.

<u>Klopfestigkeit</u> :	Isooktan	= 100 (OZ) Oktanzahl
	n – Heptan	= 0 (OZ)
	Benzol	> 100 (OZ)
	Wasserstoff	ca. 60 (OZ)



Klopfestigkeit von Kohlenwasserstoffen

Die bei der Verbrennung freiwerdenden Wärmen werden in besonderen Messungen bestimmt. Man unterscheidet bei Brennstoffen die Wasserstoff enthalten zwischen:

Brennwert: spezifische Reaktionsenthalpie einschließlich der Reaktionsenthalpie des kondensierten Wasserdampfes (z.B. für handelsübliches Benzin:

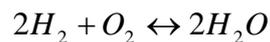
$$H_o = 46500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}).$$

Heizwert: spezifische Reaktionsenthalpie ohne die Reaktionsenthalpie des kondensierten Wasserdampfes (z.B. für handelsübliches Benzin: $H_u = 43500 \frac{kJ}{kg}$). Wichtiger, da in den meisten Prozessen H_2O -Dampf unkondensiert abzieht.

Thermodynamische Betrachtung der Verbrennung:

Chemische Reaktionen laufen häufig bei konst. Druck oder konst. Volumen ab. Wir tun so als befindet sich das System im chemischen Gleichgewicht, d.h. die Zusammensetzung des Systems nach der Verbrennung sei konstant.

Beispiel einer einfachen chemischen Brutto-Reaktion:



Stöchiometrische Reaktion: $4g H_2 + 32g O_2 \leftrightarrow 36g H_2O$

Bei stöchiometrischer Verbrennung: Äquivalenzverhältnis $\varphi = 1$
Luftverhältnis $\lambda = 1$

Bei Brennstoffüberschuß: $\varphi > 1$
oder Luftmangel : $\lambda < 1$
Bei Brennstoffmangel : $\varphi < 1$
oder Luftüberschuß : $\lambda > 1$

Verbrennung Benzin mit Luft

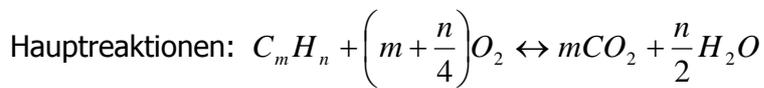
Zusammensetzung:

Benzin: Gemisch aus $C_m H_n$ + Additive wie

- Bleitetramethyl $Pb(CH_3)_4$
- Bleitetraäthyl $Pb(C_2H_5)_4$

- Bleibromid $PbBr_2$
- Bleichlorid $PbCl_4$
- Benzolverbindungen C_6H_6

- Luft:
- N_2 78,09 Vol%
 - O_2 20,95 Vol%
 - Ar 0,93 Vol%
 - CO_2 0,03 Vol%
 - H_2O 0,27-3 Vol%



Schadstoffe: CO

$C_m H_n$ besonders Benzpyren $C_{20} H_{12}$

NO , NO_2

Pb - Verbindungen

Benzol



Einfluß der Gemischbildung auf Schadstoffemission

$\lambda < 1$: Luftmangel

$\lambda > 1$: Luftüberschuß; Brennstoffmangel



NO_x - Maximum bei $\lambda = 1,05$, da hohe Brennraumtemperatur und genügend O_2 vorhanden ist. Bei weiterer Erhöhung von λ starker Abfall der NO - Konzentration.

$C_m H_n$ - Anstieg für $\lambda > 1,1$, da Verbrennungsaussetzer vorkommen können

CO - Anteil bei Luftmangel größer, da zur Oxydation zu CO_2 Sauerstoff fehlt.



NO_x - Emission von H_2 - Motoren in Vergleich zu konventionell betriebenen Otto- und Dieselmotoren:

1. äußere Gemischbildung H_2 - Motor
2. äußere Gemischbildung H_2 - Motor mit Wassereinspritzung
3. innere Gemischbildung
4. innere kryogene Gemischbildung
5. konventionelle Motoren (Benzin, Dieselöl)

Maßnahmen zur Schadstoffverringerung im Abgas

I . Aufladung:

Zuführung der Frischladung durch Gebläse

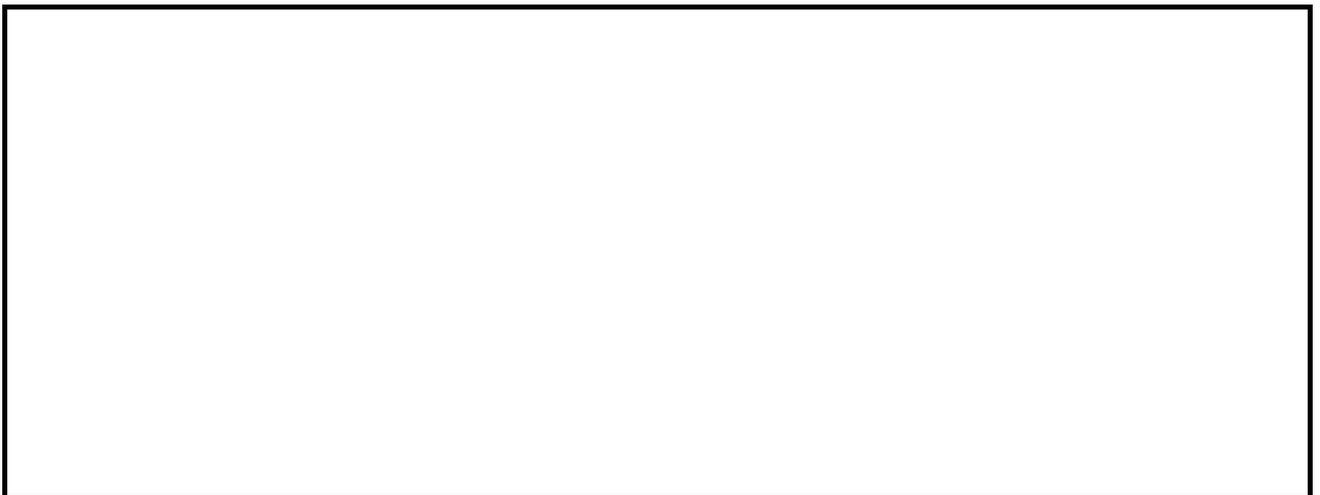
→ Erhöhung der Nutzleistung bei gleichem Hubraum

→ Senkung des spezifischen Kraftstoffverbrauchs

→ Höhenausgleich

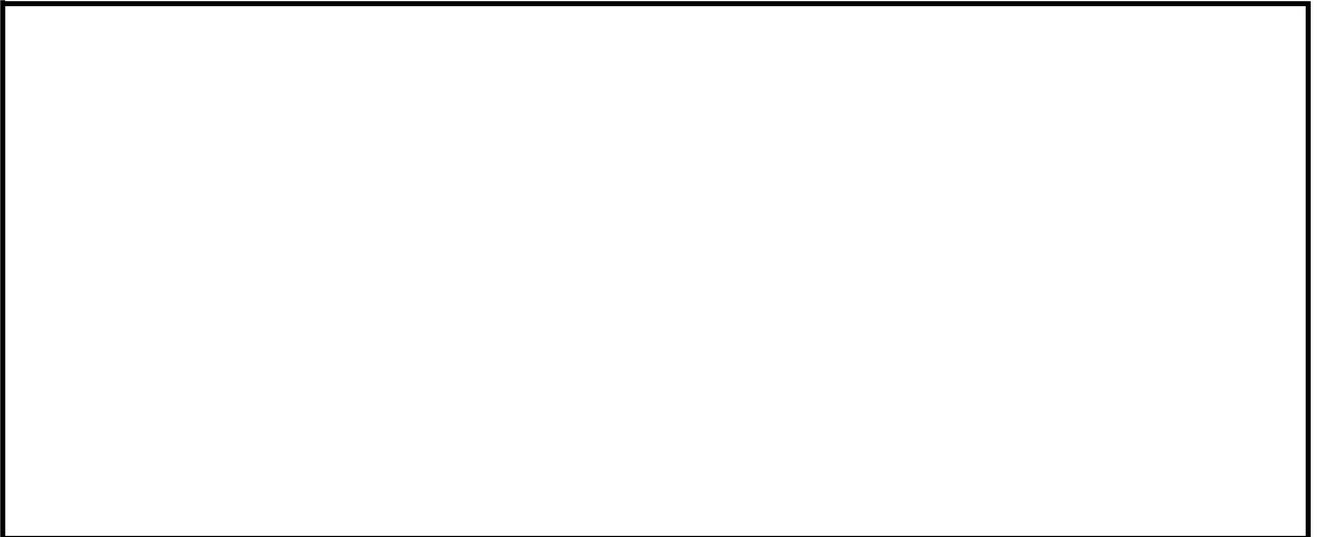
a) Fremdaufladung (mechanische Aufladung durch Rootgebläse)

b) Abgasturboaufladung (z.T. mit Ladeluftkühlung)

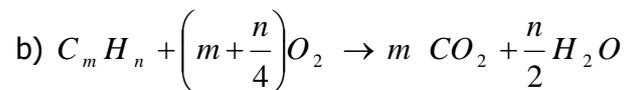
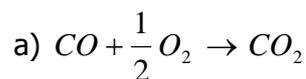


II . Abgaskatalysator:

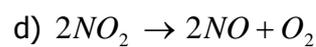
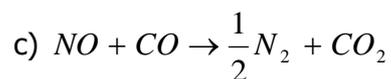
Wirkung: Verringerung von CO , $C_m H_n$, NO , NO_2 um bis zu 90%.



1. Oxidation:



2. Reduktion:



Voraussetzung ist, dass kein Luftmangel und kein Luftüberschuß herrscht, damit Oxydation und Reduktion gleichzeitig ablaufen können.

III . Reduzierung der hubraumbezogenen Leistung:

- a) Abgasrückführung: Dosierte Abgasmenge wird dem Frischluftstrom zugesetzt.
Wirkung: Senkung der Verbrennungstemperatur (NO-Anteil), Verwendung von Normalbenzin
- b) Bau leistungssämerer Motoren, die mit Normalbenzin auskommen

Magergemischkonzept: Einsparung von 10% Kraftstoff durch Gemischregelung $\lambda \gg 1$.

Vermeidung von Zündaussetzern durch Schichtladebetrieb.



c)

- Magergemisch im Hauptbrennraum durch Vergaser oder Benzineinspritzung in die Saugrohre
- Zündung des fetten Gemisches in Vorkammer
- Regelung bis zu 50% Teillast nur durch Abmagerung des Gemisches im Hauptraum

IV. Verwendung alternativer Kraftstoffe

- a) Zusatz von Alkohol
- b) Methanol (CH_3OH)
- c) Wasserstoff
- d) CH_4 (flüssiges Erdgas)

6.3.1.3. Der Diesel – Vergleichsprozeß (Gleichdruckprozeß)



$$\begin{aligned}
 \eta_{th} &= \frac{-W_K}{Q_{zu}} = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} \\
 &= 1 + \frac{mc_v(T_1 - T_4)}{mc_p(T_3 - T_2)} \\
 &= 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \\
 \eta_{th} &= 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_2} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} \tag{1}
 \end{aligned}$$

Adiabatengleichung:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1} \tag{2}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{3}$$

$$(2) * (3) \quad \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_2 p_4}{p_1 p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{4}$$

$$\text{Isobare: } p_2 = p_3; \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \varphi \tag{5}$$

$$\text{Isochore: } \frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T_1} \quad (6)$$

$$(5)(6) \text{ in } (4) \quad \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{T_4}{T_1} \right)^{\kappa-1} \quad (7)$$

$$\frac{T_4}{T_1} \left(\frac{T_4}{T_1} \right)^{1-\kappa} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow \left(\frac{T_4}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{T_3}{T_2} \quad (7a)$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{\kappa} \quad (7b)$$

$$(7b) \text{ in } (1) \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{\kappa} - 1}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} \quad (1a)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \quad (2)$$

(2)(3) in (1a)

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi^{\kappa} - 1}{\kappa(\varphi - 1)} \quad (6.8)$$

$$\eta_{th} = f(\varepsilon, \varphi)$$

vorteilhaft: großes Verdichtungsverhältnis $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$

kleines Einspritzverhältnis $\varphi = \frac{V_3}{V_2}$

Für gleiche Verdichtungsverhältnisse ist $\eta_{th \text{ Otto}} > \eta_{th \text{ Diesel}}$. In der Realität ist dies genau umgekehrt, da $\varepsilon_{\text{Diesel}}$ wesentlich größer ist. Da beim Diesel reine Luft angesaugt wird ohne Gefahr der Frühzündung, kann das Verdichtungsverhältnis viel größer sein als beim Otto – Motor.

Mittlerer Kolbendruck:

$$\frac{p_m}{p_1} = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \left[\kappa \cdot \varepsilon^{\kappa-1} (\varphi - 1) - (\varphi^{\kappa} - 1) \right] \quad (6.9)$$

Indizierte Leistung:

$$P_i = p_m \cdot V_H \cdot n \cdot i \cdot z$$

$z = \text{Zylinderzahl}$

$n = \text{Drehzahl}$

$V_H = \text{Hubvolumen}$

Spezifischer Kraftstoffverbrauch:

= der auf die Leistung bezogene Kraftstoffverbrauch

$$b_e = \frac{B}{H_u} = \frac{\text{Kraftstoffverbrauch je Zeiteinheit}}{\text{spezifischer Heizwert des Kraftstoffs}}$$

$$H_{\text{Dieselöl}} = 42000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

6.3.1.4 Der Seiliger – Vergleichsprozess



$$Q_{zu} = m \cdot c_v (T_3 - T_2) + m \cdot c_p (T_4 - T_3) \quad (1)$$

$$Q_{ab} = m \cdot c_v (T_1 - T_5) \quad (2)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{m \cdot c_v (T_5 - T_1)}{m \cdot c_v (T_3 - T_2) + m \cdot c_p (T_4 - T_3)} \quad (3)$$

$$1 - 2: \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1} \quad (4)$$

$$2 - 3: \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \psi \quad (5)$$

$$(4) \cdot (5): \quad \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_3}{T_1} = \psi \varepsilon^{\kappa-1} \quad (6)$$

$$3 - 4: \quad \frac{T_4}{T_3} = \frac{V_4}{V_3} = \varphi \quad (7)$$

$$4 - 5: \quad \frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\kappa-1} \quad (8)$$

$$(4) \cdot (8): \quad \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_4}{V_2} \right)^{\kappa-1} \quad (9)$$

wegen $V_2 = V_3$ gilt

$$\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa-1} \quad (9a)$$

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{T_4}{T_2} \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa-1} \stackrel{\substack{\text{erweitert} \\ \text{mit } T_3}}{=} \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa-1} \quad (9b)$$

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{V_4}{V_3} \cdot \frac{p_3}{p_2} \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa-1} = \frac{p_3}{p_2} \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa} \quad (9c)$$

$$\frac{T_5}{T_1} = \psi \varphi^{\kappa} \quad (9d)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{c_v \left(\frac{T_5}{T_1} - 1 \right)}{c_v \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \right) + c_p \left(\frac{T_4}{T_1} - \frac{T_3}{T_1} \right)}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{c_v(\psi\varphi^\kappa - 1)}{c_v(\psi\varepsilon^{\kappa-1} - \varepsilon^{\kappa-1}) + c_p\left(\frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_3}{T_1}\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{\psi\varphi^\kappa - 1}{\psi\varepsilon^{\kappa-1} - \varepsilon^{\kappa-1} + \kappa(\varphi\psi\varepsilon^{\kappa-1} - \psi\varepsilon^{\kappa-1})}$$

$$\eta = 1 - \frac{\psi\varphi^\kappa - 1}{\varepsilon^{\kappa-1}[(\psi - 1) + \kappa\psi(\varphi - 1)]} \quad (6.10)$$

für $\varphi = 1 \rightarrow$ Ottoprozeß

für $\psi = 1 \rightarrow$ Dieselprozeß

6.3.1.5 Joule – Prozeß (Vergleichsprozesse)

→ Gasturbinenanlagen, Strahltriebwerke

$$P_{Diesel_{max}} = 25.000 \text{ kW für 4 – Taktmotoren}$$

$$P_{Diesel_{max}} = 60.000 \text{ kW für 2 – Taktmotoren}$$

$$P_{Turbine_{max}} = 120.000 \text{ kW}$$

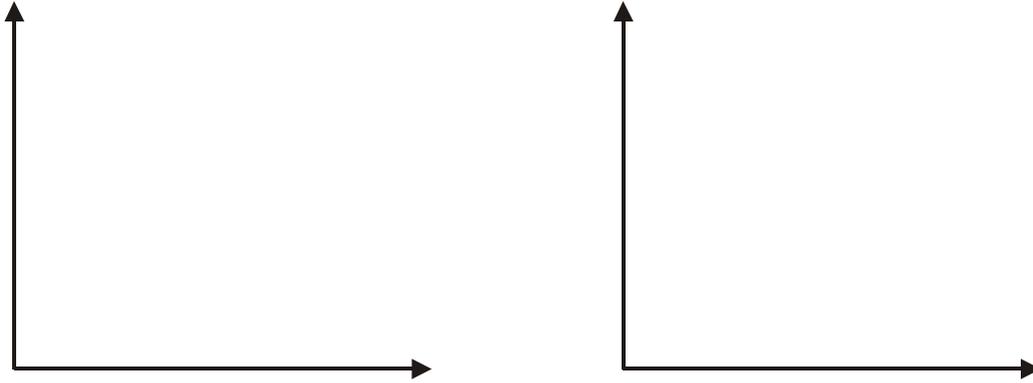
Anwendungen von Gasturbinen:

Antrieb von

- Pumpen
- Verdichter
- Generatoren

in

- Spitzenlastkraftwerken
- Flugzeugtriebwerken
- zukünftige luftatmende Raketenantriebe



A) offene Gasturbinenanlage ohne Wärmerückgewinnung

- 1 → 2: Ansaugen von Luft im Zustand 1. Adiabate Verdichtung im Verdichter auf den Zustand 2.
- 2 → 3: Einspritzen von Brennstoff und isobare Verbrennung auf den Zustand 3.
- 3 → 4: Adiabate Entspannung des heißen Gases in der Turbine und in der Schubdüse.

B) geschlossene Gasturbinenanlage ohne Wärmerückgewinnung

- 1 → 2: Ansaugen von Luft aus dem Wärmeübertrager. Danach Adiabate Verdichtung auf den Zustand 2.
- 2 → 3: Erwärmung durch einen Gaserhitzer auf den Zustand 3.
- 3 → 4: Adiabate Entspannung der Luft.
- 4 → 1: Rückkühlung des entspannten Gases im Wärmeübertrager auf Ansaugtemperatur.

$$\eta_{th} = \frac{-w_k}{q_{zu}} = \frac{q_{zu} + q_{ab}}{q_{zu}} = 1 + \frac{q_{ab}}{q_{zu}} \quad (1)$$

$$\eta_{th} = 1 + \frac{c_p(T_1 - T_4)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (1a)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \quad (1b)$$

Adiabatenbeziehung $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (2)$

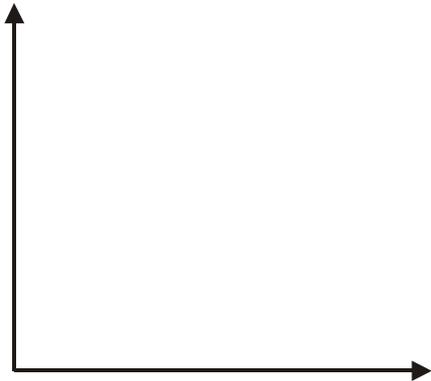
$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad (2a)$$

(2a) in (1b)

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (6.11)$$

Vorteile der Turbinenanlage gegenüber Kolbenmaschinen:

- Nutzleistung kann abgegeben werden als
 - Überschüssige Druckluft zur direkten Schuberzeugung
 - Wellenleistung zum Antrieb verschiedener Aggregate
- keine komplizierte Mechanik
- keine hin- und hergehenden Teile (keine unausgeglichene Massenkräfte)
- hohes Leistungsgewicht (Flugzeuge, Hubschrauber, Schiffe)

Mitteldruck p_m :

$$p_m = \frac{w_t}{V_4 - V_2} \quad (1)$$

$$w_t = w_{t12} + w_{t34} \quad (2)$$

$$w_{t12} = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (3)$$

$$w_{t24} = -\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_4 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (4)$$

(4)(3)(2) in (1)

$$p_m = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_4 \left\{ \frac{T_1}{T_4} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \right] - \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \right] \right\}}{V_4 - V_2} \quad (5)$$

$$\frac{p_m}{p_0} = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_4 \left\{ \left[\frac{T_1}{T_4} - 1 \right] \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \right\}}{p_0 (V_4 - V_2)} \quad (5a)$$

ersetze T_4 durch T_3 , sowie eliminiere V_4 und V_2 : Adiabats

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad | \cdot \frac{T_1}{T_3} \quad (6)$$

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (6a)$$

(6a) in (5a)

$$\frac{p_m}{p_0} = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_4 \left\{ \left[\frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \right\}}{p_0 (V_4 - V_2)} \quad (7)$$

$$\frac{p_m}{p_0} = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} p_0 V_4 \cdot X}{p_0 (V_4 - V_2)} \quad (\text{thermische Zustandsgleichung})$$

$$\frac{p_m}{p_0} = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot X}{1 - \frac{V_2}{V_4}} \quad (7a)$$

ersetze $\frac{V_2}{V_4}$

$$\text{Isobare: } \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} \quad | \cdot \frac{V_1}{V_2} \quad (8)$$

$$\frac{V_4}{V_2} = \frac{T_4}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} \quad (8a)$$

$$\text{Adiabate: } \frac{V_4}{V_2} = \frac{T_4}{T_1} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (9)$$

$$\frac{V_2}{V_4} = \frac{T_1}{T_4} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{1}{\kappa}} \quad (9a)$$

(6a) in (9a)

$$\frac{V_2}{V_4} = \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{1}{\kappa}} \quad (9b)$$

$$\frac{V_2}{V_4} = \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-2}{\kappa}} \quad (9c)$$

(9c) in (7a)

$$\frac{p_m}{p_0} = \frac{\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot X}{1 - \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-2}{\kappa}}} \quad (6.12)$$

typisches Temperaturverhältnis: $2 < \frac{T_3}{T_1} < 8$

typisches Druckverhältnis: $15 < \frac{p}{p_0} < 150$

Offene Gasturbinen sind im Aufbau einfach und billig, haben hingegen große Abwärmeverluste. Diese Verluste können durch Wärmerückführung verringert werden.

Gasturbinenanlagen mit Wärmerückführung



Zusatz:

2-2*: Komprimierte Luft nach dem Verdichter wird mittels entspanntem Gas aus der Turbine vorgewärmt.



Fläche: 4, 4', b, c, 4: = rückgeführte Wärme q_W

2, 2', d, a, 2: = aufgenommene Wärme q_W

2', 3, c, d, 2': = in der Brennkammer zuzuführende Wärme q_B

4', 1, a, b, 4': = Wärme q_0 , die an die Umgebung abgegeben wird

$$\eta_{th} = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

$$= 1 + \frac{c_p(T_1 - T_4^*)}{c_p(T_3 - T_2^*)} = 1 - \frac{T_4^* - T_1}{T_3 - T_2^*}$$

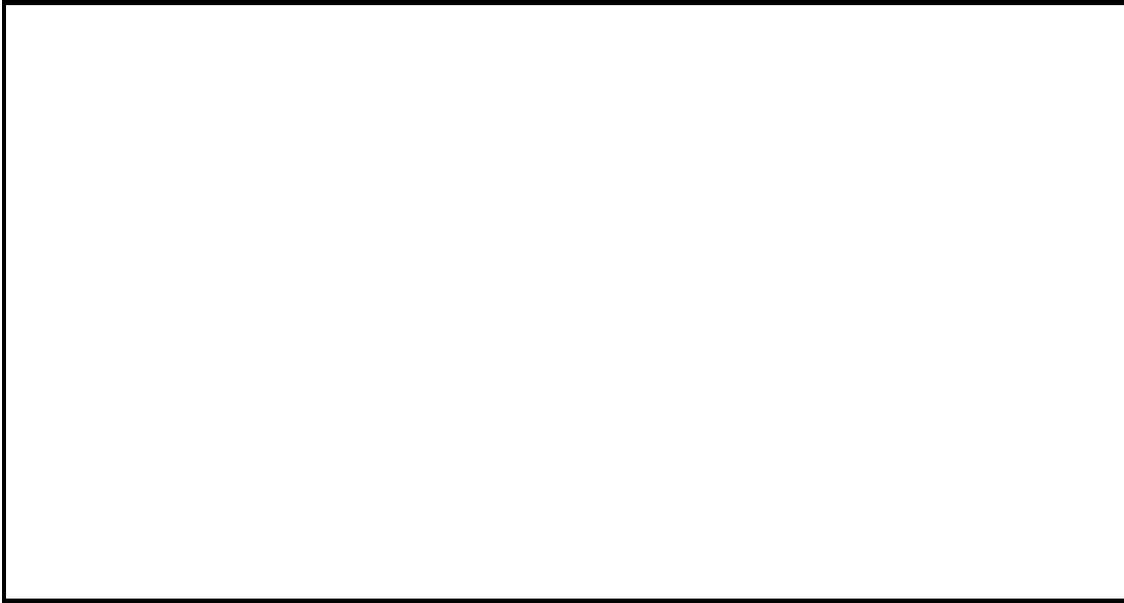
mit $T_4^* = T_2$; $T_2^* = T_4$ folgt

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)}{T_4 \left(\frac{T_3}{T_4} - 1 \right)}$$

mit Adiabatengleichung $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{T_3}{T_4}$ folgt

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_4} \tag{6.13}$$

6.3.1.6 Berücksichtigung einfacher Strömungsvorgänge



Z 1 gegeben durch: $u_1, p_1, v_1, e_{kin_1}, e_{pot_1}$

Annahme: stationäre eindimensionale Strömung ($w_y \ll w_x$) = eindimensionaler stationärer Fließprozeß

1. HS:

$$w_t + q = h_2 - h_1 + e_{kin_2} - e_{kin_1} + e_{pot_2} - e_{pot_1} \quad (1)$$

weitere Annahmen

$$w_t = 0$$

$$e_{pot_2} - e_{pot_1} = 0$$

$$h_2 + e_{kin_2} = h_1 + e_{kin_1} + q \quad (1a)$$

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + q \quad (1b) \text{ bzw. } (6.14)$$

für adiabate Strömungsvorgänge ergibt sich

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} \quad (\text{gültig für beliebige Stoffe}) \quad (1c) \text{ bzw. } (6.15)$$

für ideale Gase mit $h = c_p T + \text{const.}$ und $c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R$ folgt

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 + \frac{w_1^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad (1d) \text{ bzw. } (6.16)$$

$$\frac{w_2^2}{\kappa RT_1} - \frac{w_1^2}{\kappa RT_1} = \left(\frac{1}{\kappa - 1} - \frac{T_2}{(\kappa - 1) \cdot T_1} \right) \cdot 2 \quad (1e)$$

$$\frac{w_2^2}{\kappa RT_1} - \frac{w_1^2}{\kappa RT_1} = \frac{2}{(\kappa - 1)} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1f)$$

aus der Gasdynamik: Schallgeschwindigkeit $c = \sqrt{\kappa RT}$ (2)

(2) in (1f)

$$\frac{w_2^2}{c_1^2} - \frac{w_1^2}{c_1^2} = \frac{2}{(\kappa - 1)} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1g)$$

$$\text{Machzahl: } M_1 = \frac{w_1}{c_1} \quad (3)$$

$$M_2 = \frac{w_2}{c_1} \quad (4)$$

(3)(4) in (1g)

$$M_2^2 - M_1^2 = \frac{2}{(\kappa - 1)} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$(M_2 + M_1)(M_2 - M_1) \frac{(\kappa - 1)}{2} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

mit $T_1 - T_2 = \Delta T$; $M_2 - M_1 = \Delta M$; $\frac{M_2 + M_1}{2} = \bar{M}$ folgt

$$\bar{M} \cdot \Delta M (\kappa - 1) = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = (\kappa - 1) \bar{M}^2 \frac{\Delta M}{M}$$

Ermittlung der maximalen Ausströmgeschwindigkeit w_{\max} für ideale Gase [Gleichung (1d)]:

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 + \frac{w_1^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad \text{setze } T_2 = 0$$

$$\frac{w_2^2}{2} = \frac{w_{\max}^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

$$w_{\max} = \sqrt{w_1^2 + \frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} RT_1}$$

Ausströmen aus einem Kessel ($w_1 = 0$):

$$w_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} R T_1} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} \cdot c_1$$

6.3.1.7 Strahltriebwerk mit und ohne Nachverbrennung

Berechnung der Zustandsänderungen

1–1': Diffusor

allgemein 1. HS: $w_{t11'} + q_{11'} = h_{1'} - h_1 + e_{kin1'} - e_{kin1}$

Annahmen: $e_{pot2} = e_{pot1}$

$$q_{11'} = 0, \text{ da adiabat}$$

$$w_{t11'} = 0, \text{ da keine Wellenarbeit abgegeben oder aufgenommen wird}$$

$$\rightarrow h_{1'} - h_1 = -(e_{kin1'} - e_{kin1})$$

$$h_{1'} - h_1 = -\left(\frac{w_{1'}^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) \quad (6.17)$$

falls kinetische Energie im Diffusor vollkommen in Druckenergie umgewandelt wird ($w_{1'} = 0$) gilt

$$h_{1'} - h_1 = \frac{w_1^2}{2} \quad (6.18)$$

1'–2: Verdichter

Annahme $dw = 0$ (Keine Geschwindigkeitsänderung!); adiabat

$$w_{t1'2} = h_2 - h_{1'} = c_p (T_2 - T_{1'})$$

2–3: Brennkammer

$$q_{23} = h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2)$$

3–3': Turbine

$$w_{t33'} = h_{3'} - h_3 = c_p (T_{3'} - T_3)$$

3'–4: Düse

Annahme: $w_{3'} = 0$; Enthalpieänderung in der Düse diene vollständig zur Erzeugung von Geschwindigkeit:

$$h_4 - h_{3'} = -\frac{1}{2} w_4^2 = c_p (T_4 - T_{3'})$$

Mit Nachverbrennung:

$3' \rightarrow 3''$: zusätzliche Wärmezufuhr

$$q_{3'3''} = h_{3''} - h_{3'} = c_p (T_{3''} - T_{3'})$$

$3'' \rightarrow 4'$: Es wird zusätzlich Geschwindigkeit erzeugt:

$$h_{4'} - h_{3''} = -\frac{1}{2} w_{4'}^2 = c_p (T_{4'} - T_{3''})$$

$$\text{falls } |T_{4'} - T_{3''}| > |T_4 - T_{3'}|$$

Nutzarbeit ohne Nachverbrennung:

Annahme: $-w_{t33'}$ in der Turbine = $w_{t1'2}$ im Verdichter

$$\text{d.h. } -(h_{3'} - h_3) = (h_2 - h_{1'}) \rightarrow h_{1'} - h_{3'} = h_2 - h_3$$

$$w_{t,nutz} = (h_{3'} - h_3) + (h_4 - h_{3'}) + (h_{1'} - h_1) + (h_2 - h_{1'})$$

$$w_{t,nutz} = h_4 - h_3 + h_2 - h_1 \quad \text{oder}$$

$$w_{t,nutz} = w_K = (h_4 - h_{3'}) + (h_{1'} - h_1) = -\frac{w_4^2}{2} + \frac{w_1^2}{2}$$

η_{th} ohne Nachverbrennung:

$$\eta_{th} = \frac{-w_{t,nutz}}{q_{zu}} = \frac{(h_3 - h_2) - (h_4 - h_1)}{h_3 - h_2}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{(h_4 - h_1)}{h_3 - h_2}$$

$$\text{oder wegen } w_{t,nutz} = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_4^2}{2}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_4^2 - w_1^2}{2c_p(T_3 - T_2)} \quad (6.19)$$

ebenso gilt wie für den Joule – Prozeß ohne Wärmerückführung

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_u}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (6.20)$$

η_{th} mit Nachverbrennung:

$$\eta_{th} = \frac{w_{4'}^2 - w_1^2}{2c_p(T_3 - T_2 + T_{3'} - T_{3'})} \quad (6.21)$$

$$\text{Schub: } = F_s = \dot{m}(w_{aus} - w_{ein})$$

$$\text{Schub ohne Nachverbrennung: } F_s = \dot{m}(w_4 - w_1)$$

$$\text{Schub mit Nachverbrennung: } F_s = \dot{m}(w_{4'} - w_1)$$

6.4 Arbeitsmaschinenprozesse: (linksgängig)

- Verdichter (bereits behandelt)
- Gaskältemaschinen
- Wärmepumpen
- Gasverflüssigungsanlagen

6.4.1 Kältemaschinen – und Wärmepumpenprozeß

Kältemaschine:= Erzeugung und Aufrechterhaltung von Temperaturen $T < T_u$ für

- Klimatechnik
- Frischhaltung und Kühlung von Lebensmitteln
- Stofftrennung in der chemischen Industrie

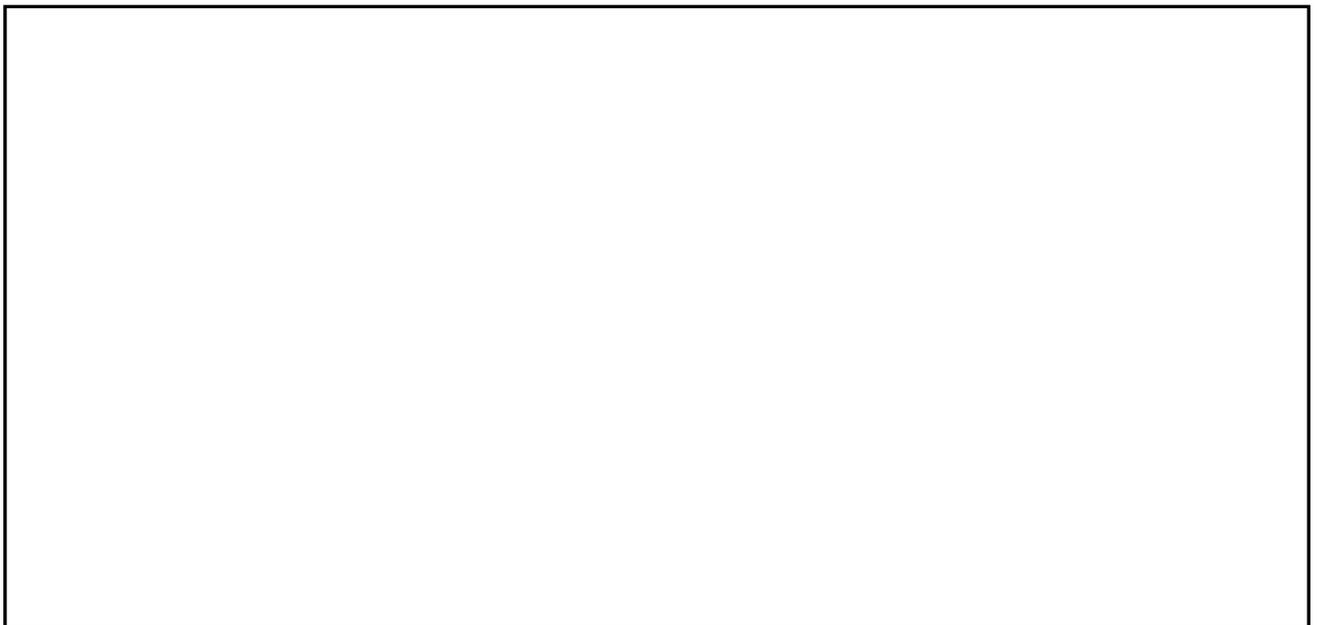


Aufgabe:
Anhebung der Wärme von $T < T_u$
auf $T = T_u$



Aufgabe:
Anhebung der Wärme von $T = T_u$
auf $T > T_u$

Einphasiger Kälteprozeß



Kältemaschine

Wärme aus Kühlzelle (Innenraum des Kühlschranks) wird dem Arbeitsmittel der Kältemaschine zugeführt

\dot{Q}_{zu} := Kälteleistung

Q_{ab} := Wärmeabgabe an die Umgebung

Wärmepumpe

Q_{zu} := Umgebungswärme (Flusswasser, Umgebungsluft) wird dem Arbeitsmittel der Wärmepumpe zugeführt

\dot{Q}_{zu} := Kälteleistung

Q_{ab} := Wärmeabgabe an den Wärme – verbraucher

1.HS.: $Q + W = 0$

$$Q_{zu} + Q_{ab} + W_k = 0$$

$$-Q_{zu} = Q_{ab} + W_k$$

Die Summe aus Kreisprozessarbeit und abgeführter Wärme ist gleich der Kühlzelle oder Umgebung entzogenen Wärme.

Einfacher Kaltluftmaschinenprozeß

Zustandsänderungen:

1→2: isobare Wärmezufuhr (=Wärmeabfuhr aus Kühlzelle bzw. Umgebung)

2→3: isentrope Verdichtung

3→4: isobare Wärmeabfuhr (=Wärmezufuhr an Umgebung bzw. Heizkörper)

4→1: isentrope Expansion



Flächenbetrachtungen:

Verdichterarbeit: $W_{t23} = \text{Fläche a23ba}$

$W_{t41} = \text{Fläche a14ba}$

$$|W_{t23}| > |W_{t41}|$$

$$W_k = W_{t23} + W_{t41} > 0$$

$$Q_{zu} = \int_1^2 T(S) dS = \text{Fläche 12dc1}$$

$$Q_{zu} = \int_3^4 T(S) dS = \text{Fläche 43dc4}$$

$$|Q_{ab}| > Q_{zu}$$

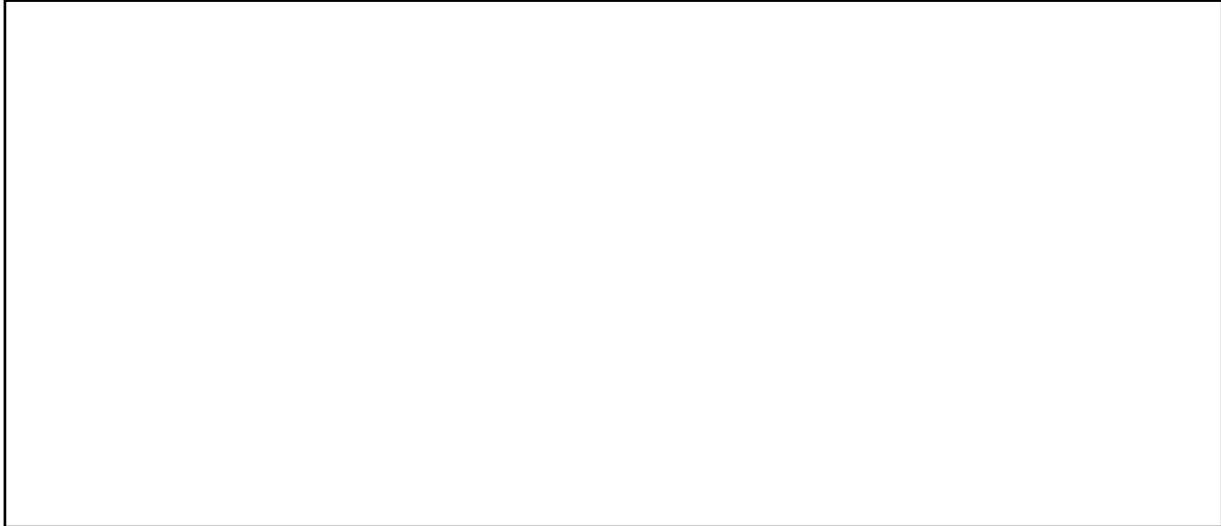
$$Q = Q_{zu} + Q_{ab} = \text{Fläche 12341} = -W_k$$

Ziel: Der Aufwand der mechanische Arbeit soll im Verhältnis zum transportierten Wärmestrom möglichst klein sein.

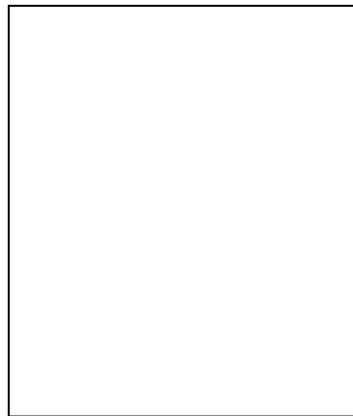
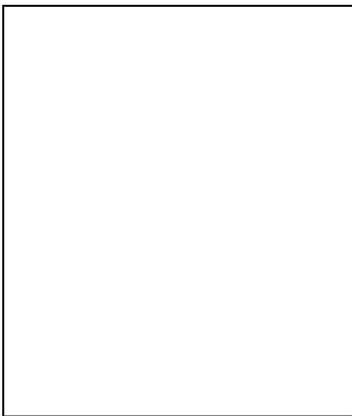
Kältemaschine	Wärmepumpe
Leistungsziffer; Kältezah $\varepsilon_K = \frac{Q_{zu}}{W_k}$	Leistungsziffer; Wärmezah $\varepsilon_W = \frac{-Q_{zu}}{W_k}$
$\varepsilon_K = \frac{\text{geförderte Wärme}}{\text{aufgewandte Arbeit}}$	$\varepsilon_W = \frac{\text{abgeführte Wärme}}{\text{aufgewandte Arbeit}}$
$\varepsilon_K = -\frac{Q_{zu}}{Q_{ab} + Q_{zu}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 1$	$\varepsilon_W = \frac{Q_{zu}}{Q_{ab} + Q_{zu}} > 1$
$\varepsilon_K = \frac{Q_{zu}}{ Q_{ab} - Q_{zu}}$	$\varepsilon_K = \frac{ Q_{ab} }{ Q_{ab} - Q_{zu}}$

6.4.1.1. Gaskältemaschine

Erreichbare Temperaturen: $-200^{\circ}\text{C} < t < -100^{\circ}\text{C}$



Vergleichsprozess: linksgängiger Jouleprozess mit Wärmerückführung



Zustandsänderungen:

1→2: isentrope Verdichtung

2→2': isobare Rückkühlung auf Umgebungstemperatur ($T_2' = T_1$)

2'→3: isobare Abkühlung unter Umgebungstemperatur (Druckverluste werden vernachlässigt)

3→4: isentrope Entspannung

4→4': isobare Wärmeaufnahme aus der Kältezelle

4'→1: isobare Wärmeaufnahme aus dem Zwischenkühler

Prozeßgrößenbilanz:

$$\text{Aufgenommene Wärme (Kälte):} \quad Q_{zu} = m(h_{4'} - h_4) \quad (1)$$

$$\text{Aufzuwendende Arbeit:} \quad W_k = W_{12} + W_{34} \quad (2)$$

$$W_k = m[(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)] \quad (2a)$$

mit $T_{4'} = T_3$ (3) und $T_1 = T_2$ (4) sowie

$$(5) \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad \text{folgt}$$

$$(6) \quad \varepsilon_K = \frac{Q_{zu}}{W_k} \stackrel{(1)(2a)}{=} \frac{(h_{4'} - h_4)}{(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)}$$

$$\varepsilon_K = \frac{(T_{4'} - T_4)}{(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3)} = \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1 + T_4 - T_3}$$

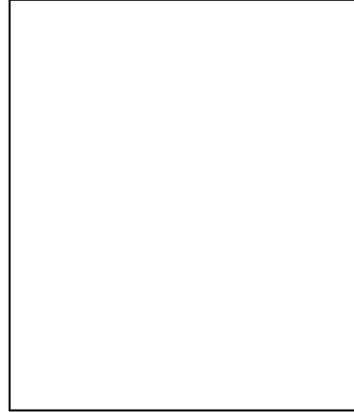
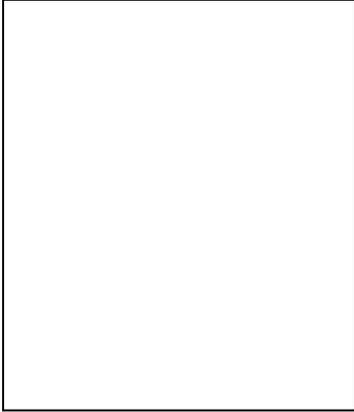
$$(6a) \quad \varepsilon_K = \frac{T_4 \left(\frac{T_3}{T_4} - 1 \right)}{T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) - T_4 \left(\frac{T_3}{T_4} - 1 \right)}$$

(5) in (6a)

$$\varepsilon_K = \frac{T_4}{T_1 - T_4}$$

Kleine Gaskältemaschine:

Expansionsturbine wird durch einfache Drossel ersetzt. Vergleichsprozeß:

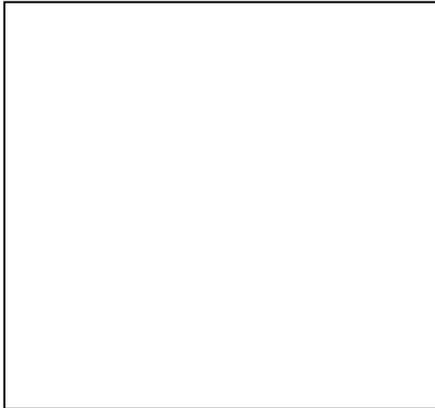


3→4: isenthalp statt isentrop

7. Mehrphasensysteme

7.1 Phasen und Komponenten

1 Phase \equiv 1 Aggregatsform



homogene Systeme:
physikalische und chemische Eigenschaften
innerhalb des Systems sind überall gleich



heterogene Systeme:
physikalische und chemische Eigenschaften
sind innerhalb des Systems nicht überall
gleich

1 Komponente \equiv 1 Stoff (Element, chemische Verbindung)

Beispiele:	Einkomponentensysteme	Mehrkomponentensysteme
	O_2	Rauchgas (O_2, N_2, CO_2, H_2O)
	Wasser + Wasserdampf	$H_2O + NH_3$
	Eis-Wasser-Gemisch	Kochsalzlösung ($H_2O, + NaCl$)

Gibbsche Phasenregel: $F + P = K + 2$

F = Anzahl der frei wählbaren Zustandsgrößen

P = Anzahl der Phasen

K = Anzahl der Komponenten

frei wählbare Zustandsgrößen sind: v, p, T und die Konzentration ξ jeder Komponente

Berechnungsbeispiele für F:

Systeminhalt	Anzahl Phasen	Anzahl Komponenten	F
a) Wasserdampf	1	1	2
b) Wasser + Wasserdampf	2	1	1
c) Wasser + Eis + Wasserdampf	3	1	0
d) siedendes $H_2O - NH_3$ -Gemisch	2	2	2

a) v, T frei wählbar, v liegt fest; oder v, p frei wählbar, T liegt fest

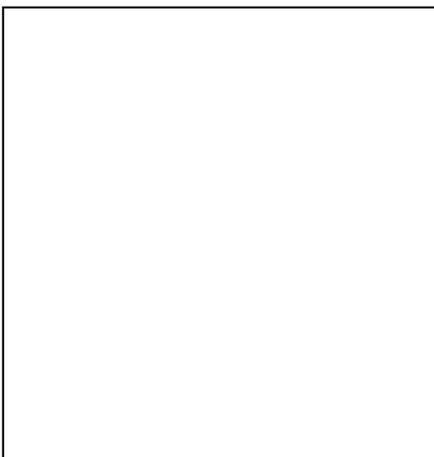
b) p frei wählbar, T liegt fest sowie v_{Fl} und v_{Gas}

c) v, p, T liegen fest; keine Zustandsgröße frei wählbar = Tripelpunkt

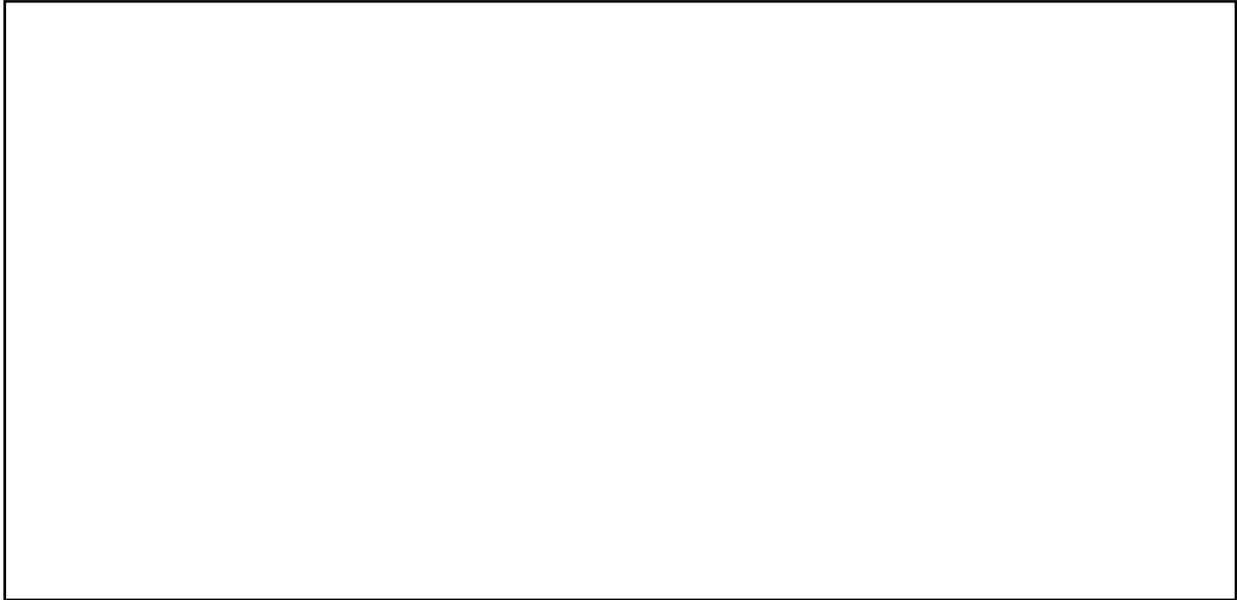
d) von v, p, T und ξ können zwei Zustandsgrößen frei gewählt werden, z.B. ξ, p frei wählbar T, v_{Fl}, v_{Gas} liegen fest

Einstoffsystem mit zwei Phasen

Beispiel: Wasser + Dampf



isobare Zustandsänderung: Messung von v, T



Für Wasser bei 1 bar: $v'' = 1625 \cdot v'$

- | | | |
|------|-------------------------|---------------------------------------------------|
| I) | $p = 1,013 \text{ bar}$ | $t_s = 100 \text{ °C} \hat{=} 373,15 \text{ K}$ |
| II) | $p = 10 \text{ bar}$ | $t_s = 180 \text{ °C} \hat{=} 453,15 \text{ K}$ |
| III) | $p = 220 \text{ bar}$ | $t_K = 374,15 \text{ °C} \hat{=} 647,3 \text{ K}$ |

Tripelpunkt Wasser: $p = 6,11 \text{ mbar}$

$$t = 0,01 \text{ °C}$$

Tripelpunkt Trockeneis (CO_2): $p = 5,28 \text{ atm}$

$$t = -56,6 \text{ °C}$$

d.h., unterhalb des Tripelpunktes kann es nicht
schmelzen sondern nur sublimieren

7.2 Das $T, q - p, V - p, T -$ und p, h -Diagramm



Einführung der Wärme im T, q – Diagramm

Definition Wärme: Wärme ist eine spezielle Energieform, die beim Temperatenausgleich vom warmen zum kalten Körper übergeht.

Verknüpfung von Wärme mit Arbeit:

$$1. \text{ HS: } U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

Energieerhaltungssatz für ein ruhendes System: Die innere Energie nimmt gemäß der Zufuhr von Wärme und Arbeit zu (ohne E_{kin} und ohne E_{pot}). Die technische Aufgabe besteht darin, „billige“ Wärme zu verbrauchen um „teure“ mechanische Arbeit zu gewinnen.

Beispiel bei isobarer Prozessführung (siehe A nach E): Ein Teil der Wärme ging in Volumenänderungsarbeit über, ein anderer Teil führte zur Erhöhung der inneren Energie.

Darstellung der erforderlichen Wärmemengen am anschaulichsten im T, q – Diagramm:

Ein Nachteil des T, q – Diagramms ist die Prozessführungsabhängigkeit von q (isobar).

→ Ersatz der Prozessgröße q durch Zustandsgröße für isobaren Prozeß:

Durch jahrelange experimentelle Arbeiten wurden stoffspezifische kalorische Zustandsgrößen ermittelt, die unabhängig von der Prozessführung für die Ermittlung von Energie- und Wärmebilanzen brauchbar sind:

$$U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

$$U_2 - U_1 = Q_{12} - \int_1^2 p dV \quad | p = const.$$

$$U_2 - U_1 = Q_{12} - pV_2 + pV_1$$

$$U_2 + pV_2 - (U_1 + pV_1) = Q_{12}$$

$H_2 - H_1 = Q_{12}$ → daher Änderung der Abszisse von q in h erlaubt, so dass statt T, q – Diagramm nun das T, h – Diagramm zur Verfügung steht.

Grund: einfachere graphische Bewertung des Prozesses

7.3 Das spezifische Volumen im Zweiphasengebiet



V_F = Volumen (ungesättigter) Flüssigkeit

V' = Volumen gesättigter Flüssigkeit

V_x = Volumen des Nassdampfes

V'' = Volumen des Sattdampfes

V_D = Volumen des Heißdampfes

Werte für Wasser in Tab. 8.1

Berechnung des spezifischen Volumens des Nassdampfes V_x :

Dampfanteil im Nassdampf: $x = \frac{m''}{m' + m''}$

Flüssigkeitsanteil im Nassdampf: $(1-x) = \frac{m'}{m' + m''}$

$$V_x = (1-x) \cdot V' + x \cdot V''$$

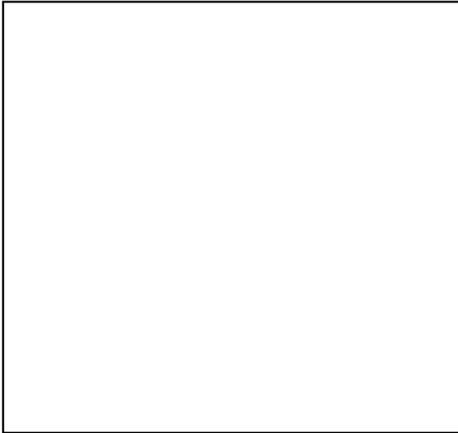
$$V_x = V' + x(V'' - V')$$

oder

$$x = \frac{V_x - V'}{V'' - V'}$$

1 [kg] Nassdampf besteht aus: x [kg] Sattdampf und
 $(1-x)$ [kg] siedender Flüssigkeit

Beispiel: Dampfkessel mit Wasser



geg.: $V = 3 \text{ m}^3$
 $p = 10 \text{ bar}$
 $V' = 200 \text{ l}$

ges.: v'', m', m'', x, v_x

Lösung mit Tafel 8.1: $p = 10 \text{ bar} \rightarrow t_s = 179,884 \text{ }^\circ\text{C}$

$$v' = 0,0011274 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v'' = 0,1943 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$V'' = V - V' = 3000 \text{ l} - 200 \text{ l} = 2800 \text{ l}$$

$$v' = \frac{V'}{m'} \Rightarrow m' = \frac{V'}{v'} = \frac{0,2}{0,0011274} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right] = 177,4 [\text{kg}]$$

$$v'' = \frac{V''}{m''} \Rightarrow m'' = \frac{V''}{v''} = \frac{2,8}{0,1943} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right] = 14,4 [\text{kg}]$$

$$x = \frac{m''}{m' + m''} = \frac{14,4}{177,4 + 14,4} = 0,075 = 7,5\%$$

$$v_x = v' + x(v'' - v')$$

$$v_x = 0,0011274 + 0,075(0,1943 - 0,0011274) = 0,01562 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

Probe: $v_x = \frac{V}{m} = \frac{3}{177,4 + 14,4} = 0,0156 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$

7.4 Kalorische Zustandsgrößen im Zweiphasengebiet

7.4.1 Bezugspunkte für Wasser

Im Tripelpunkt ($p_{Tr} = 0,611 \text{ kPa}$ und $t_{Tr} = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$) gilt für eine gesättigte Flüssigkeit:

- innere Energie $u'_{Tr} = 0$
- Entropie $s'_{Tr} = 0$
- Enthalpie $h'_{Tr} = u'_{Tr} + p_{Tr} v'_{Tr}$

$$= 0 + 611 \cdot 0,01 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}} \right]$$

$$= 0,000611 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

7.4.2 Ungesättigte Flüssigkeit

$$\left. \begin{array}{l} u_F = c_{V_F} \Big|_0^t \cdot t \\ h_F = c_{p_F} \Big|_0^t \cdot t \end{array} \right\} \text{ mit } c_{V_F}, c_{p_F} = 4,18 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \text{ für } t_F \leq 150 \text{ }^\circ\text{C}$$

für $t_F > 150 \text{ }^\circ\text{C}$ siehe Tafel 8.2

$$s_F = \int_{T_0}^T \frac{dq}{T} = \int_{T_0}^T \frac{c_p T}{T} \approx c_p \ln \frac{T}{T_0}$$

s_F wird mit Dampftafeln ermittelt.

7.4.3 Gesättigte Flüssigkeit (Siedelinie)

$$\left. \begin{array}{l} h' \\ s' \end{array} \right\} \text{ siehe Tafel 8.1}$$

$$u' = h' - p v'$$

7.4.4 Sattdampf (Taulinie)

$$\left. \begin{array}{l} h'' \\ s'' \end{array} \right\} \text{ siehe Tafel 8.2}$$

$$u'' = h'' - pv''$$



Verdampfungsenthalpie $r = h'' - h' =$ Verdampfungswärme (Energie, die bei konstantem Druck aus 1 kg gesättigter Flüssigkeit 1 kg Sattdampf erzeugt).

$$\begin{aligned} r &= h'' - h' \\ &= (u'' + pv'') - (u' + pv') \\ &= \underbrace{u'' - u'}_{\text{Änderung der inneren Energie}} + \underbrace{p(v'' - v')}_{\text{Volumenänderungsarbeit}} \end{aligned}$$

$$s'' - s' = \frac{r}{T_S}$$

7.4.5 Nassdampf

1 kg Nassdampf besteht aus x kg Sattdampf und $(1-x)$ kg gesättigter Flüssigkeit

$$h_x = (1-x)h' + xh''$$

$$h_x = h' + x(h'' - h')$$

$$h_x = h' + xr$$

$$s_x = (1-x)s' + xs''$$

$$s_x = s' + x(s'' - s')$$

$$s_x = s' + x \frac{r}{T_s}$$

$$u_x = h_x - pv_x$$

Beispiel:

geg.: Wasserdampf, $p = 4,0 \text{ MPa}$, Flüssigkeitsgehalt = 5%

ges.: spezifische Enthalpie h_x , spezifische Entropie s_x

Dampf tabel: für $p = 4,0 \text{ MPa}$

$$h' = 1087,5 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right], \quad r = 1711,9 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$(1-x) = 0,05 \Rightarrow x = 0,95$$

$$h_x = h' + xr = 1087,5 + 0,95 \cdot 1711,9 = 2714 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$s' = 2,7967 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$T_s = 273,2 + 250,33 = 523,5 \text{ K}$$

$$s_x = s' + x \frac{r}{T_s} = 2,7967 + 0,95 \cdot \frac{1711,9}{523,48} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$= 5,9034 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

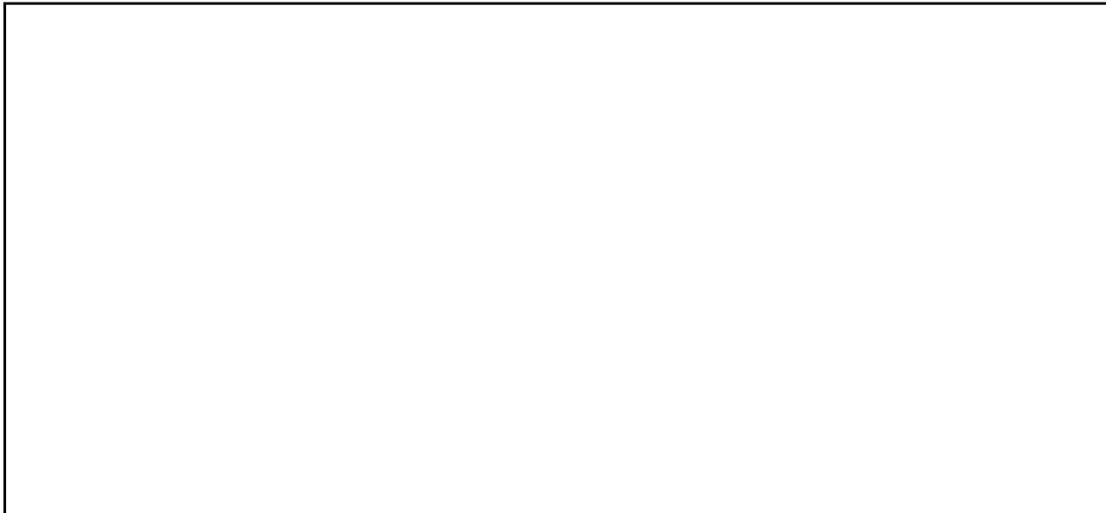
7.4.6 Heißdampf

$$h_D = h'' + c_{pD} \Big|_{t_s}^{t_D} (t_D - t_s)$$

h_D wird meist aus Dampftafeln (Tafel 8.2) ermittelt, da $c_{pD}(T, p)$ in der Nähe der Taulinie sehr stark von T und p abhängig ist.

$$u_D = h_D - pv_D$$

7.4.7 Kalorische Dampfdiagramme



Wärmediagramm

$$q_{12} = \int_1^2 T ds = \int_1^{1'} T ds + \int_{1'}^{1''} T ds + \int_{1''}^2 T ds$$

$$q_{12} = q_F + r + q_{\dot{U}}$$

q_F = Flüssigkeitswärme

r = Verdampfungswärme

$q_{\dot{U}}$ = Überhitzungswärme

7.5 Spezielle Zustandsänderungen im Zweiphasengebiet

7.5.1 Isochore Zustandsänderung

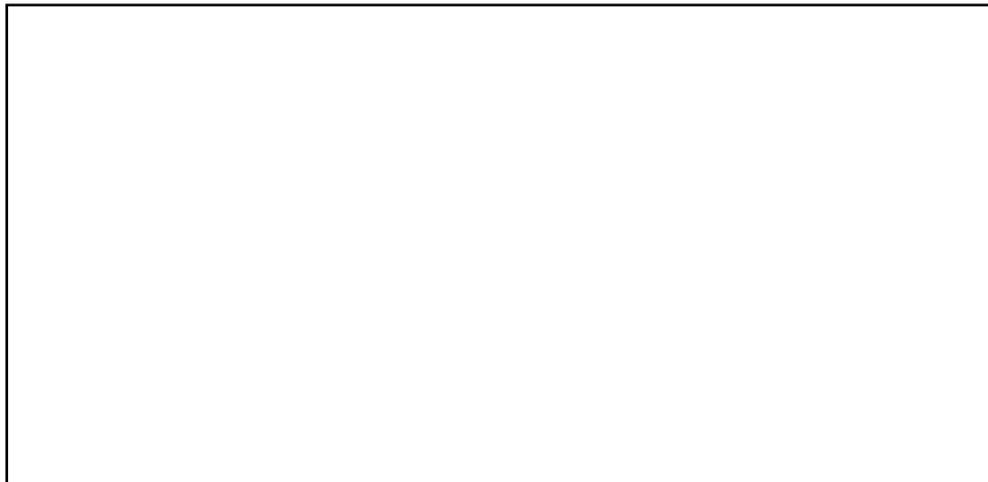
$$1. \text{ HS: } U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$$

$$W_{12} = 0$$

$$Q_{12} = m(u_2 - u_1)$$

außerdem $u = h - pv$ und wegen $v_1 = v_2$ folgt

$$Q_{12} = m(h_2 - h_1 - v(p_2 - p_1))$$



qualitative Verläufe bei verschiedenen Ausgangspunkten:

Ausgangspunkt	Zustandsänderung nach	Wirkung
1	1a	Reine Flüssigkeit bleibt reine Flüssigkeit; Druck steigt rasch an
2 ($v < v_{krit}$)	2a	Dampfgehalt verringert sich, p und T steigen an, in 2a ist der Dampf komplett verflüssigt
2a	2b	Bleibt flüssig, für $p > p_{krit}$ spricht man vom überkritischen Zustand
3 ($v > v_{krit}$)	3a	Dampfgehalt vergrößert sich, in 3a ist die komplette Flüssigkeit zu Sattdampf geworden
3a	3b	Sattdampf wird zu Heißdampf

7.5.2 Isobare Zustandsänderung

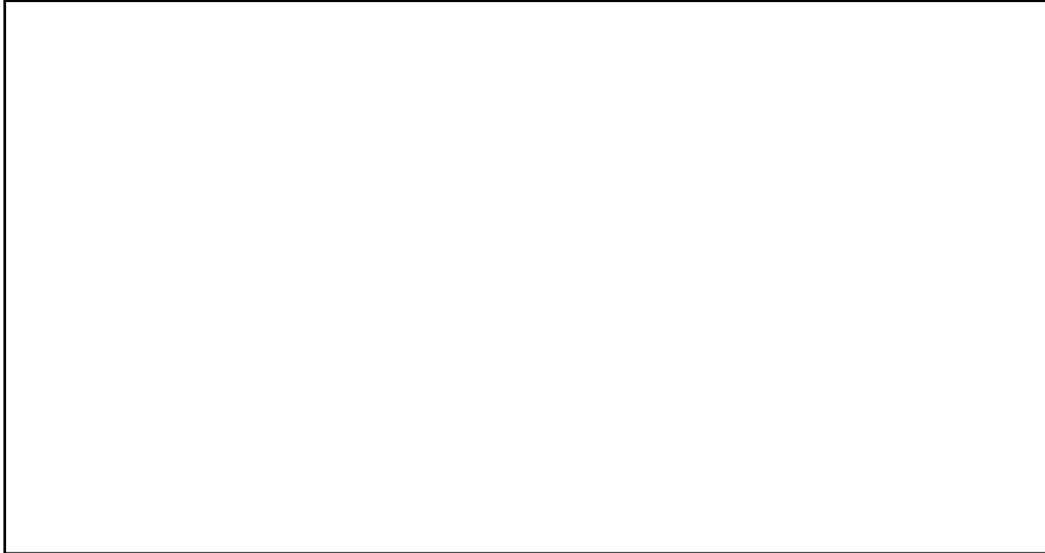


$$Q_{12} = H_2 - H_1$$

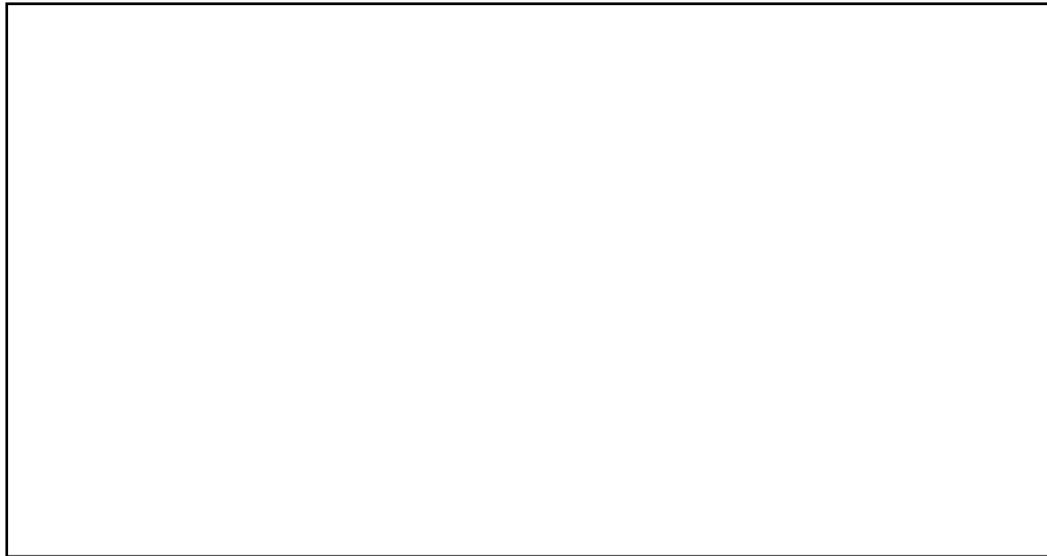
$$\dot{Q}_{12} = m(h_2 - h_1)$$

Ausgangspunkt	Zustandsänderung nach	Wirkung
1 ($p < p_{krit}$)	1a	Temperaturerhöhung bis Siedetemperatur in 1a
1a	1b	Verdampfung bei $p, T = const.$
1b	1c	Dampf wird überhitzt; Temperatur steigt wieder an
2	2a	Stetige Temperatur Zunahme ohne sichtbare Verdampfungserscheinungen

7.5.3 Isotherme Zustandsänderung



Ausgangspunkt	Zustandsänderung nach	Wirkung
1 ($T < T_{krit}$)	1a	Druckverminderung und Volumenerhöhung bis zum Siedezustand
1a	1b	Vollständige Verdampfung bei $p, T = const.$
1b	1c	Volumenvergrößerung und Druckabnahme
2	2a	Keine Verdampfung sondern stetige Druckabnahme und Volumenzunahme

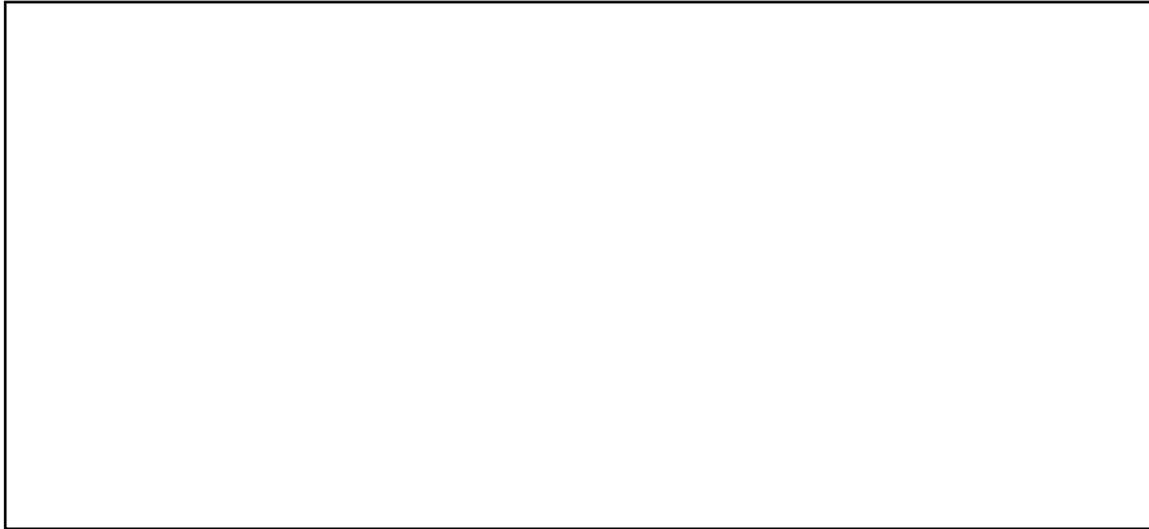
7.5.4 Isentrope Zustandsänderung

Ausgangspunkt	Zustandsänderung nach	Wirkung
1	1a	Überhitzter Dampf wird Sattdampf
1a	1b	Sattdampf wird zu Nassdampf
2	2a	Nassdampf wird feuchter
3	3a	Nassdampf wird trockener

7.6 Kaltdampfprozesse

7.6.1 Der Joule-Thomson-Effekt (adiabate Drosselung)

Drosselung:= Erzeugung eines Druckabfalls in einer Rohrströmung durch ein Hindernis (Blenden, Spalten, Ventile, poröse Propfen)



Annahme: Änderung kinetischer und potentieller Energien sei vernachlässigbar.

$$1.HS: \quad H_2 - H_1 = W_{t12} + Q_{12}$$

$$W_{t12} = 0$$

$$Q_{12} = 0$$

$$H_2 = H_1 \text{ (isenthalpe Zustandsänderung)} \quad (7.1)$$

$$2.HS: \quad dH = TdS + Vdp$$

$$dS = -\frac{Vdp}{T} \quad (7.2)$$

$$S_2 - S_1 = -\int_1^2 Vdp$$

für ideales Gas $pV = mRT$

$$\frac{V}{T} = \frac{mR}{p} \quad (7.3)$$

(7.3) in (7.2)

$$S_2 - S_1 = -\int_1^2 mR \frac{dp}{p} \quad \left| \cdot \frac{1}{m} \right.$$

$$S_2 - S_1 = -R \int_1^2 \frac{dp}{p}$$

$$S_2 - S_1 = R \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (7.4)$$

$$S_2 - S_1 > 0, \text{ da } p_1 > p_2 \quad (7.5)$$

Bei idealen Gasen bleibt die Temperatur während der Drosselung konstant:

$$T_2 = T_1$$

$$H(p_2, T_2) = H(p_1, T_1)$$

Bei realen Gasen kann die Temperatur während der Drosselung zunehmen oder abnehmen.

Die Grenzlinie gibt $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = 0$.

Zustandsgrößen im Zweiphasengebiet

(1) Dampfgehalt

$$x = \frac{m''}{m' + m''} = \frac{\text{Masse des Dampfes}}{\text{Gesamtmasse}}$$

(2) Flüssigkeitsgehalt

$$(1-x) = \frac{m'}{m' + m''} = \frac{\text{Masse des Flüssigkeit}}{\text{Gesamtmasse}}$$

(3) $V = V' + V''$

(4) $v = \frac{V}{m' + m''}$

(5) $v' = \frac{V'}{m'} \Rightarrow V' = m'v'$

(6) $v'' = \frac{V''}{m''} \Rightarrow V'' = m''v''$

(3) in (4)

(7) $v = \frac{V' + V''}{m' + m''}$

(5) und (6) in (7)

(8) $v = \frac{m'v' + m''v''}{m' + m''}$

Ersatz von m', m'' durch x :

aus (2) folgt

(2a) $m' = m'' \frac{1-x}{x}$

(2b) $m'' = m' \frac{x}{1-x}$

(2b) in (8)

$$v = \frac{\frac{1-x}{x}v' + v''}{\frac{1-x}{x} + 1} \quad \text{daraus folgt nach Multiplikation mit } x$$

$$v = (1-x)v' + xv'' \quad (7.6)$$

oder

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} \quad (7.7)$$

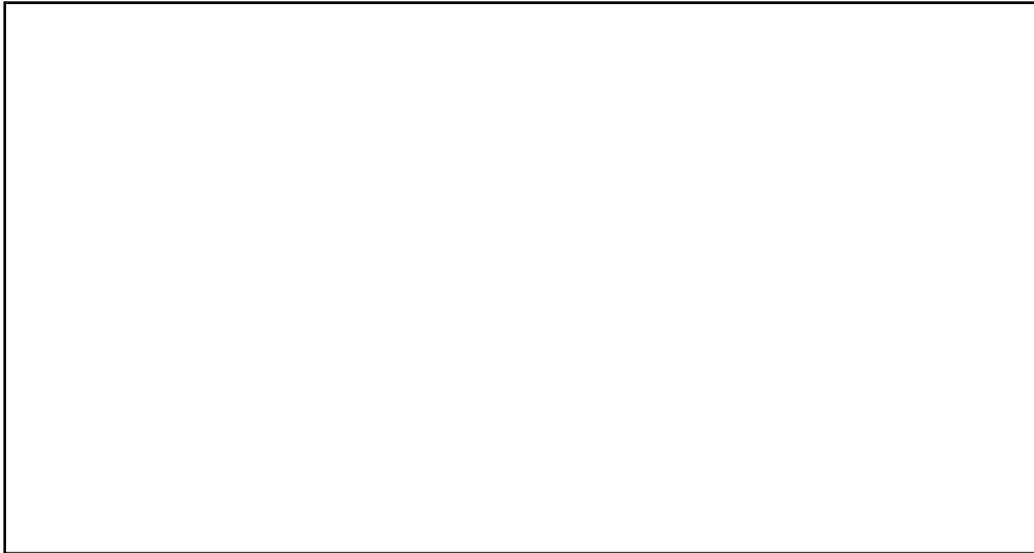
Analog gilt:

$$u = u'(1-x) + u''x \quad (7.8)$$

$$h = h'(1-x) + h''x \quad (7.9)$$

$$s = s'(1-x) + s''x \quad (7.10)$$

7.7 Der linksgängige Carnot-Prozeß im Zweiphasengebiet



Zustandsänderungen:

1→2: Verdichtung des Nassdampfes bis $x = 1$

$$w_i = h_2 - h_1$$

2→3: Vollständige Kondensation des Dampfes bis $x = 0$

$$q_{ab} = q_{23} = h_3 - h_2 \hat{=} \text{Fläche } 23ab2$$

3→4: Expansion ins Nassdampfgebiet

$$w_{i34} = h_4 - h_3$$

4→1: Teilverdampfung im Nassdampfgebiet

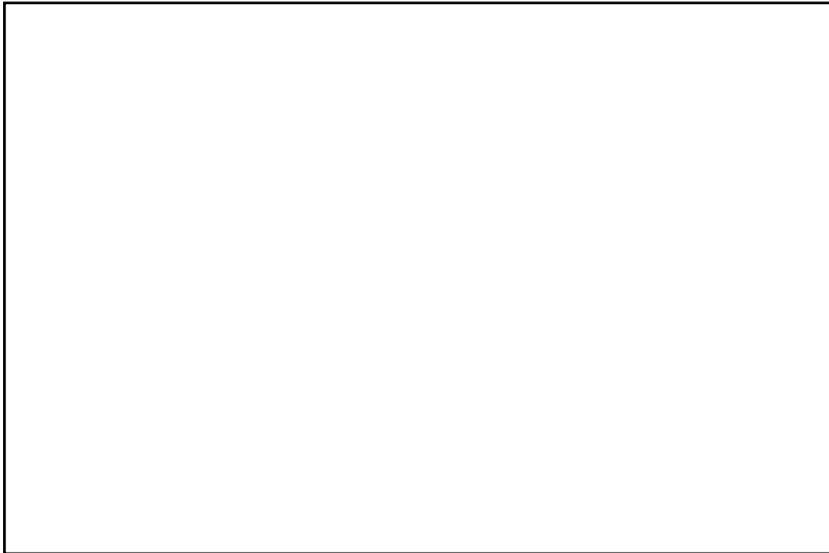
$$q_{zu} = h_1 - h_4$$

Leistungsziffer

$$\varepsilon_K = \frac{q_{zu}}{|q_{ab}| - q_{zu}} = \frac{T_{\min}(s_1 - s_4)}{T_{\max}(s_1 - s_4) - T_{\min}(s_1 - s_4)}$$

$$\varepsilon_K = \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

7.7.1 Der Kaltdampf – Vergleichsprozess



$$q_{ab} \hat{=} \text{Fläche } 2345da12$$

$$q_{zu} \hat{=} \text{Fläche } 1765da1$$

$$w_K = \sum q$$

Zustandsänderungen:

- 1→2: Isentrope Verdichtung des überhitzten Dampfes
- 2→3: Isobare Abkühlung bis zur Taulinie
- 3→4: Vollständige Kondensation
- 4→5: Unterkühlung der Flüssigkeit
- 5→6: Adiabät irreversible (=isenthalpe) Drosselung ins Nassdampfgebiet
- 6→7: Vollständige Verdampfung des Flüssigkeitsanteils
- 7→1: Überhitzung des Dampfes

Der Kaldampfprozeß ist irreversibel, da die Drosselung irreversibel ist.

Leistungsziffer

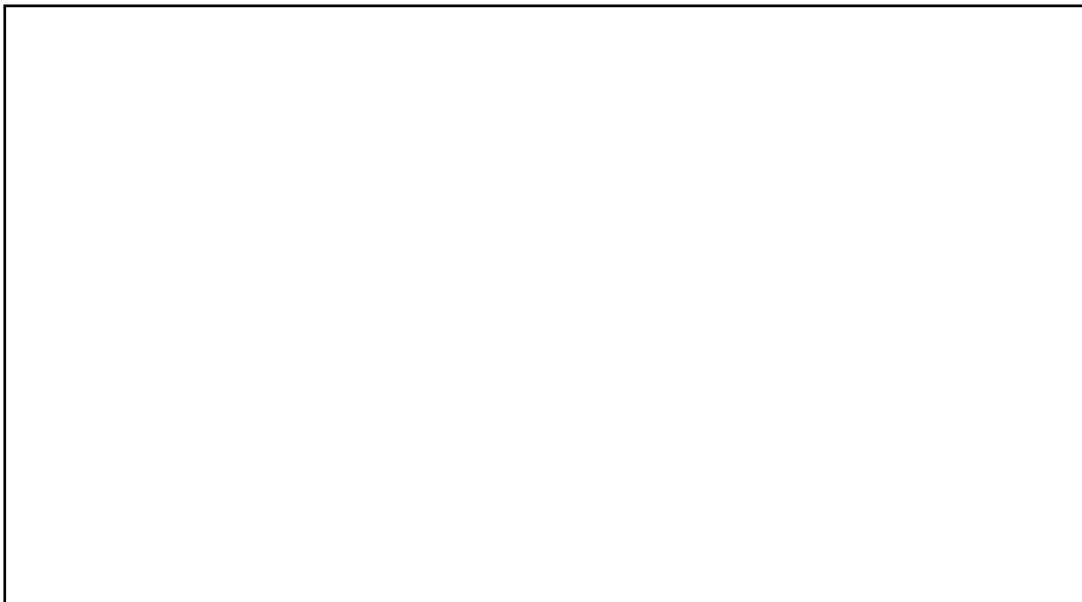
$$\varepsilon_K = \frac{q_{zu}}{|q_{ab}| - q_{zu}} = \frac{q_{zu}}{w_{t_{zu}}}$$

$$\varepsilon_K = \frac{h_1 - h_6}{h_2 - h_1}$$

Kälteleistung

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{m}(h_1 - h_6)$$

log p, h – Diagramm des Kaldampfprozesses



Gütegrad

$$\eta_K = \frac{\varepsilon_K}{\varepsilon_{Carnot}}, \text{ wobei } \varepsilon_{Carnot} = \frac{T_6}{T_3 - T_6}$$