

Technische Thermodynamik III

Prof. Dr.-Ing. W. Nieratschker

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)	3
8.1 Maßnahmen zur Verbesserung des thermischen Wirkungsgrades	8
8.1.1 Möglichst niedriger Gegendruck im Verflüssiger	8
Möglichst hoher Kesseldruck	8
8.1.2 regenerative Speisewasservorwärmung	9
8.2 Kraftwerksbeispiele	11
8.2.1 typisches Steinkohlekraftwerk	11
8.2.2 Kombinierte Gas - Dampfkraftwerke	11
8.3 Musteraufgabe	13
9. Die Clausius-Clapeyronsche Gleichung	15
10. Zustandsgleichungen realer Gase	18
10.1 Die van-der-Waalsche Zustandsgleichung	18
10.1.1 Thermische Eigenschaften	18
10.2 Fortschrittlichere Zustandsgleichungen	22
10.2.1 Redlich-Kwong-Gleichung (1949)	22
10.2.2 Martin-Gleichung (1979)	22
10.2.3 Virialform der thermischen Zustandsgleichung	22
10.2.4 BWR-Gleichung (1940)	23
11. Gemische von Gasen und Dämpfen	24
11.1 Einige Definitionen	24
11.2 Kalorische Eigenschaften feuchter Luft	29
11.3 Das h,x -Diagramm	30
11.4 Abkühlung feuchter Luft	32
11.5 Mischungsvorgänge feuchter Luft	33
11.6 Musteraufgaben	35
12. Verbrennungsprozesse	38
12.1 Brennstoffe	38
12.1.1 Feste Brennstoffe	39
12.1.2 Flüssige Brennstoffe	39
12.1.3 Gasförmige Brennstoffe	39
12.2 Brennwert und Heizwert	39
12.2.1 Ermittlung des Brennwertes h_o und des Heizwertes h_u	40
12.3 Stöchiometrische Verbrennungsrechnung	43
12.3.1 Luftbedarf und Rauchgasmenge für feste und flüssige Brennstoffe	43
12.4 Musteraufgabe	49
13. Exergie	51
13.1 Exergie der Wärme bei $T = \text{const.}$	54
14. Übungsaufgaben	59

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

Aufgabe: Erzeugung mechanischer Arbeit mit Hilfe thermischer Energie

Funktionsweise: Zustandsänderungen von Arbeitsmitteln, die in den Maschinen Temperaturänderungen erfahren, verdampfen und kondensieren

Kreisprozesse: Folge von Zustandsänderungen bis zum Ausgangspunkt $\oint dZ = 0$



Prinzipskizze eines thermischen Kraftwerkes

Offenes System: Es treten folgende Energieströme auf

Wärmeströme $\dot{Q} = q \cdot \dot{m}$ $q \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$ = spezifische Wärme

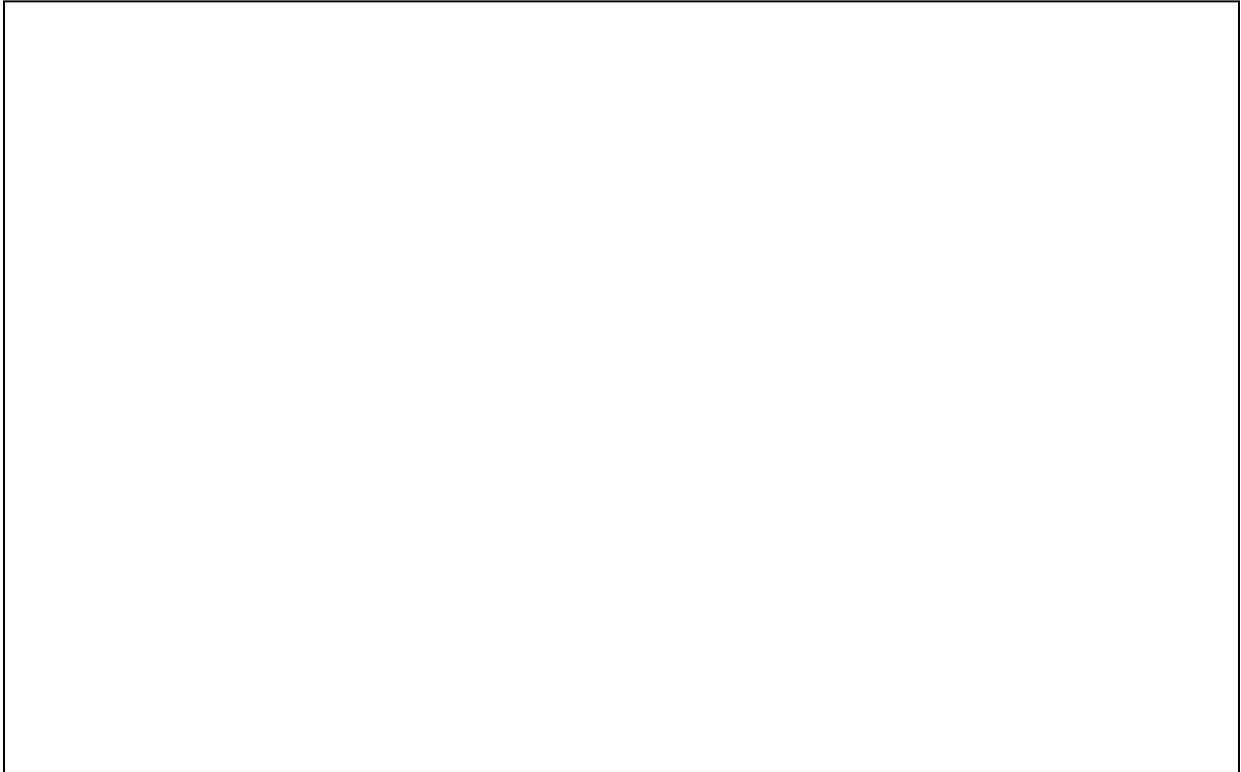
Leistungen $P = w_t \cdot \dot{m}$ $w_t \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$ = spezifische Arbeit

Enthalpieströme $\dot{H} = h \cdot \dot{m}$ $h \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$ = spezifische Enthalpie

Entropieströme $\dot{S} = s \cdot \dot{m}$ $s \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$ = spezifische Entropie

Wir gehen von einem stationären Fließprozess aus. Dort sind alle Zustandsgrößen im System zeitlich konstant.

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)



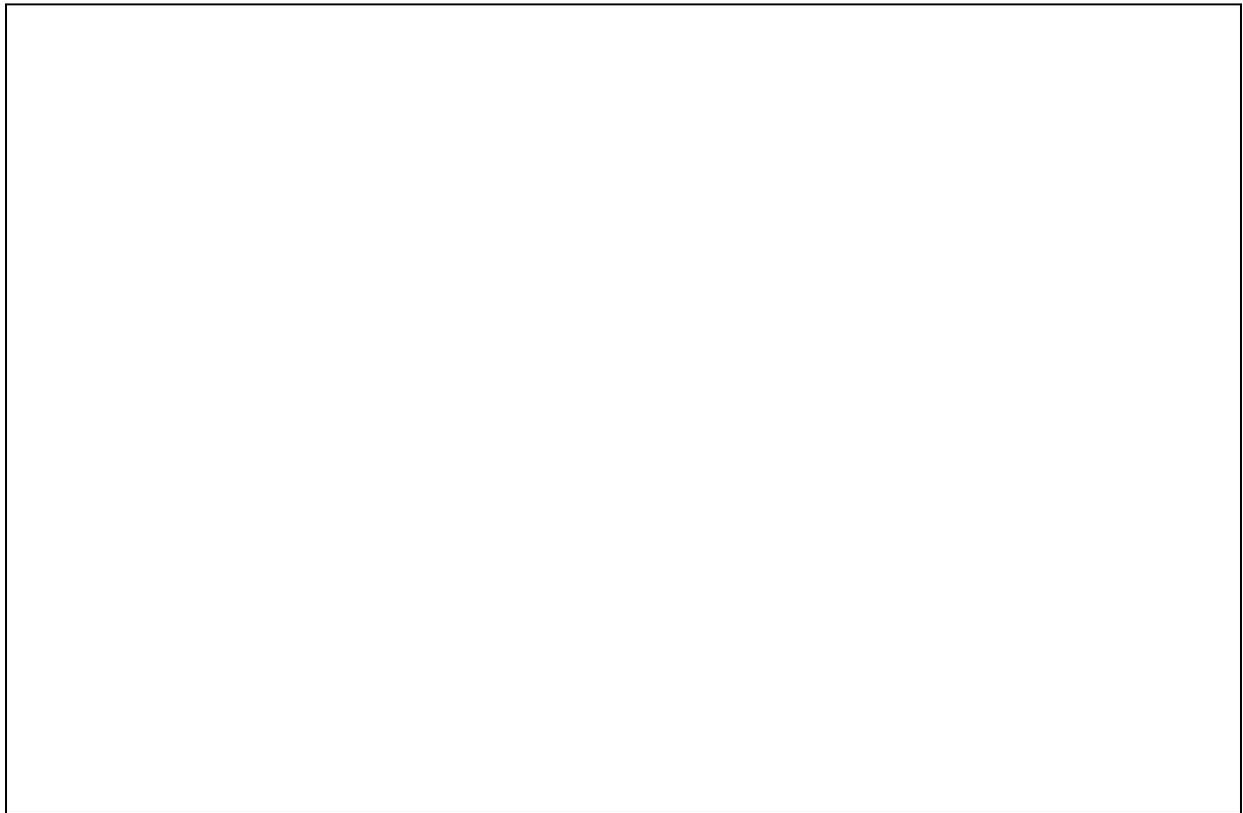
Anlagenschema des Dampfkraftprozesses

1. HS.: $w_t + q = h_2 - h_1$

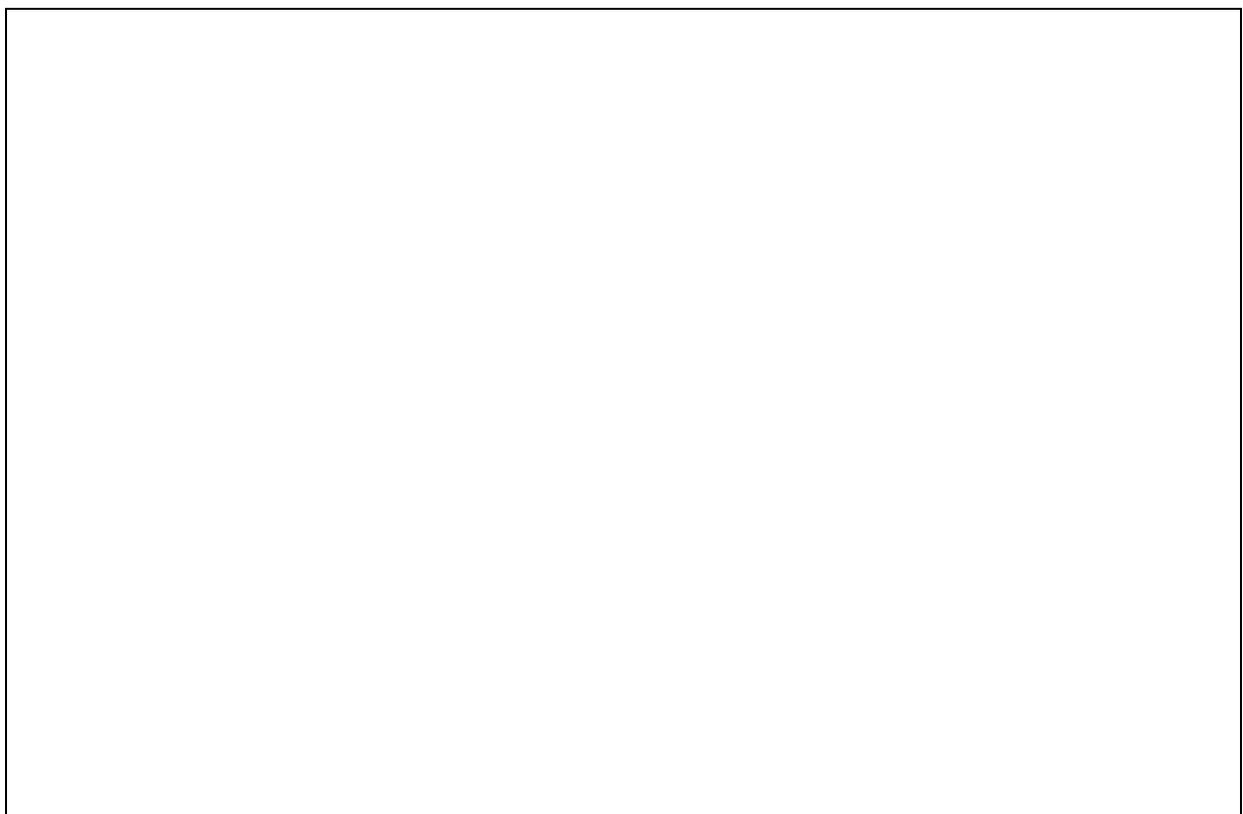
Zustandsänderungen:

1 → 2	Isentrope Druckerhöhung: Arbeitszufuhr	$w_{t12} \hat{=}$ Fläche (1 e f 2 1)
2 → 3	Isobare Erwärmung: Wärmezufuhr	$q_{12} \hat{=}$ Fläche (2 3 b a 2)
3 → 4	Isobare Verdampfung: Wärmezufuhr	$q_{34} \hat{=}$ Fläche (3 4 c b 3)
4 → 5	Isobare Überhitzung: Wärmezufuhr	$q_{45} \hat{=}$ Fläche (4 5 d c 4)
5 → 6	Isentrope Expansion: Arbeitsabgabe	$w_{t56} \hat{=}$ Fläche (6 e f 5 6)
6 → 1	Isobare Kondensation: Wärmeabgabe	$q_{61} \hat{=}$ Fläche (1 6 d e 1)

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

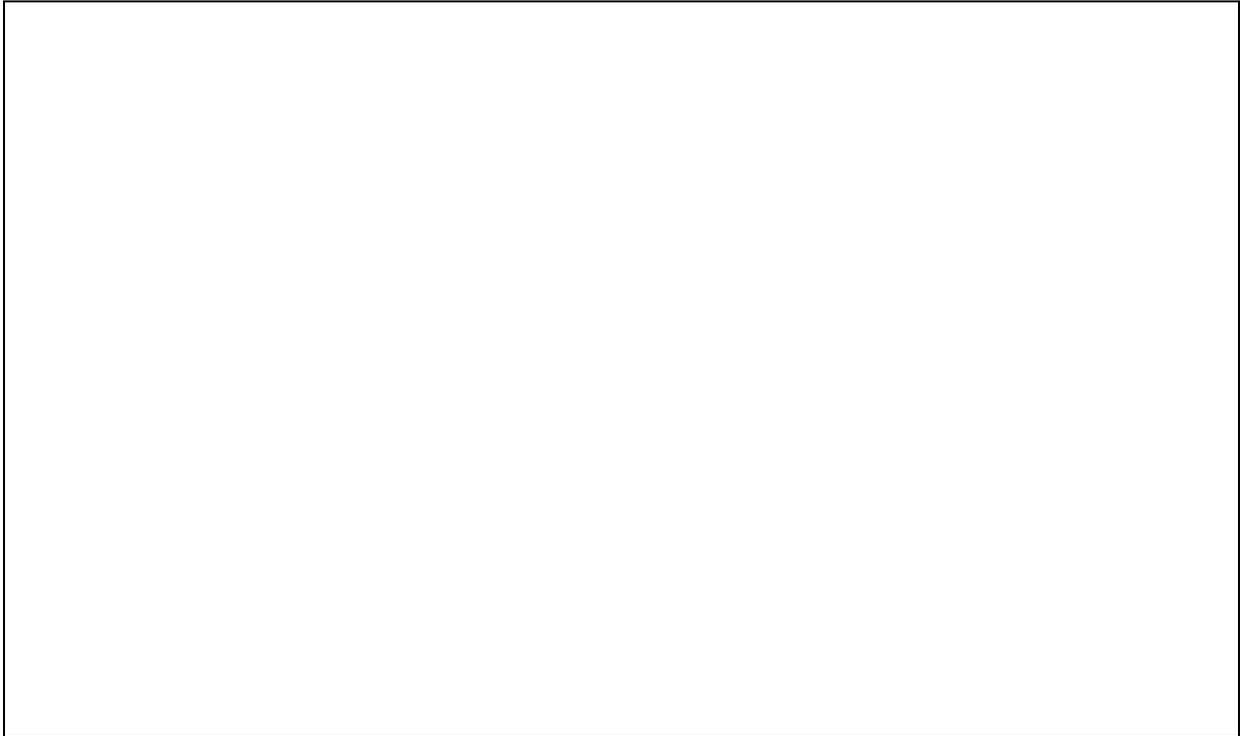


Der Clausius-Rankine-Prozess im p,V-Diagramm



Der Clausius-Rankine-Prozess im T,S-Diagramm

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)



Der Clausius-Rankine-Prozess im h,s-Diagramm

$$h_5 - h_{6^*} < h_5 - h_6$$

$$\eta_{\text{ist}} = \frac{h_5 - h_{6^*}}{h_5 - h_6} \quad (8.1)$$

Für jede Zustandsänderung gilt nach dem 1. Hauptsatz: $w_{t12} + q_{12} = h_2 - h_1$

Für jeden Kreisprozess gilt nach dem 1. Hauptsatz: $\underbrace{\sum w_t}_{w_{tk}} + \sum q = \sum h = 0$

⇒

$$w_{tk} = - \sum q$$

Der thermischer Wirkungsgrad:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}} = \frac{-w_{tk}}{q_{zu}}$$

$$\eta_{\text{th,rev}} = \frac{\sum q}{q_{zu}} = \frac{q_{zu} + q_{ab}}{q_{zu}} = 1 + \frac{q_{ab}}{q_{zu}} \quad (8.2)$$

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

$$\begin{aligned} q_{ab} &= q_{61} = h_1 - h_6 \\ q_{zu} &= q_{23} + q_{34} + q_{45} = h_5 - h_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \eta_{threv} = \frac{h_5 - h_2 + h_1 - h_6}{h_5 - h_2}$$

da $h_2 \approx h_1$ gilt vereinfacht

$$\boxed{\eta_{threv} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_2}} \quad (8.3)$$

Bezogener Dampfverbrauch:

$$D_v := \frac{\text{kg Dampf}}{\text{kJ Arbeit}}$$

$$D_{v,rev} = \frac{1}{w_{tk}} = \frac{1}{h_5 - h_6} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kJ}} \right] = \frac{3600}{h_5 - h_6} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kW h}} \right] \quad (8.4)$$

Irreversibler Prozess:

Irreversible Entropiezunahme ΔS_i in Turbine
 Prozessführung (1 2 3 4 5 6* 1)

$$\text{Isentroper Turbinenwirkungsgrad} \quad \eta_{isT} = \frac{h_5 - h_{6^*}}{h_5 - h_6}$$

$$\Rightarrow w_{tk,irr} = h_5 - h_2 + h_1 - h_{6^*} = h_5 - h_{6^*} + h_1 - h_2$$

$$\Rightarrow \eta_{thirr} = \frac{h_5 - h_{6^*}}{h_5 - h_1} * \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_6} = \eta_{isT} * \eta_{threv}$$

$$\boxed{\eta_{thirr} = \eta_{isT} * \eta_{threv}} \quad (8.5)$$

$$D_{v,irr} = \frac{1}{w_{tk,irr}} = \frac{1}{h_5 - h_{6^*}} * \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_6} = \frac{D_{v,rev}}{\eta_{isT}}$$

$$\boxed{D_{v,irr} = \frac{D_{v,rev}}{\eta_{isT}}} \quad (8.6)$$

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8.1 Maßnahmen zur Verbesserung des thermischen Wirkungsgrades

allgemein graphisch: Die Arbeitsfläche muss möglichst groß sein oder dem Carnotprozess angenähert werden.

Möglichkeiten:

- 8.1.1 möglichst niedriger Gegendruck $p_1 = p_6$
möglichst hoher Kesseldruck bis $p > p_{\text{krit}}$
- 8.1.2 regenerative Speisewasservorwärmung
- 8.1.3 Zwischenüberhitzung

8.1.1 Möglichst niedriger Gegendruck im Verflüssiger

nach unten begrenzt durch Kühlwassertemperatur

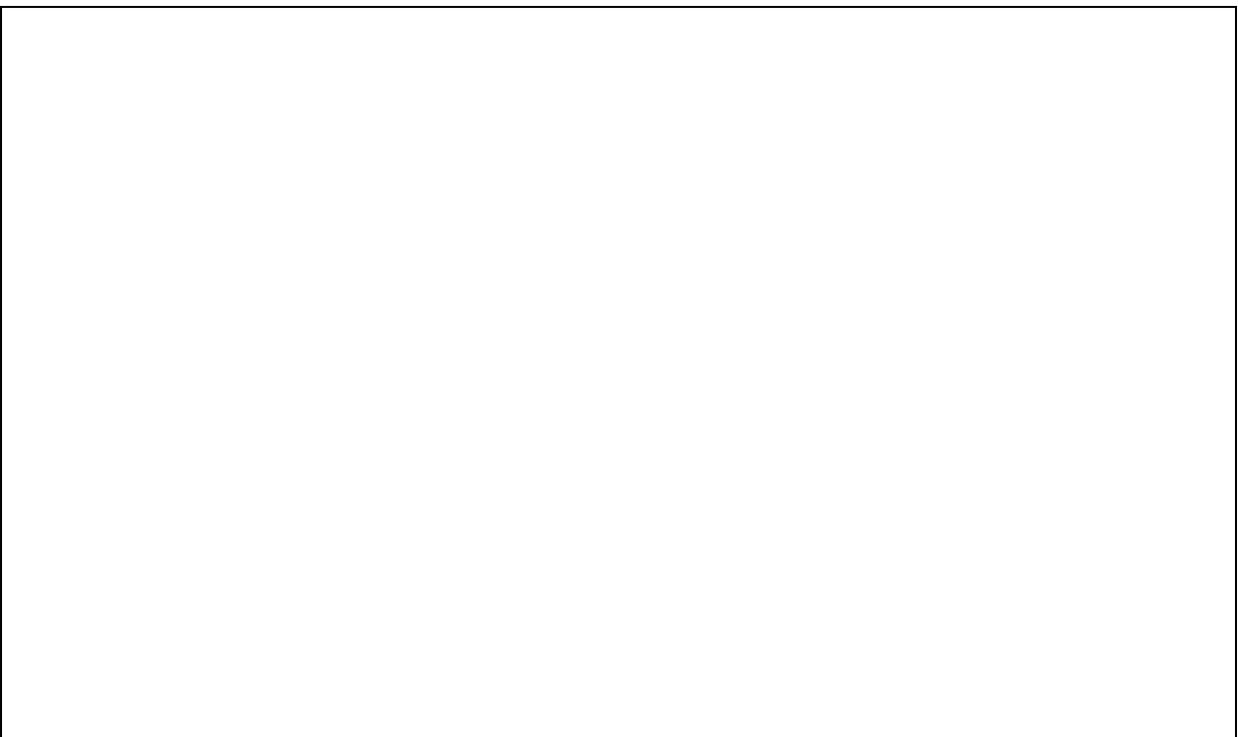
üblicherweise: $p_6 = 0,02 - 0,05 \text{ [bar]} \hat{=} t_6 = 17,5 - 33 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Ausnahme für Abwärmenutzung zu Heizzwecken (Kraft-Wärme-Kopplung):

$$p_6 > 1 \text{ [bar]} \hat{=} t_6 > 100 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Möglichst hoher Kesseldruck

Steigerung bis auf $p > p_{\text{krit}}$ möglich



Einfluss der Frischdampfdrücke und Gegendrücke auf den thermischen Wirkungsgrad η_{th}

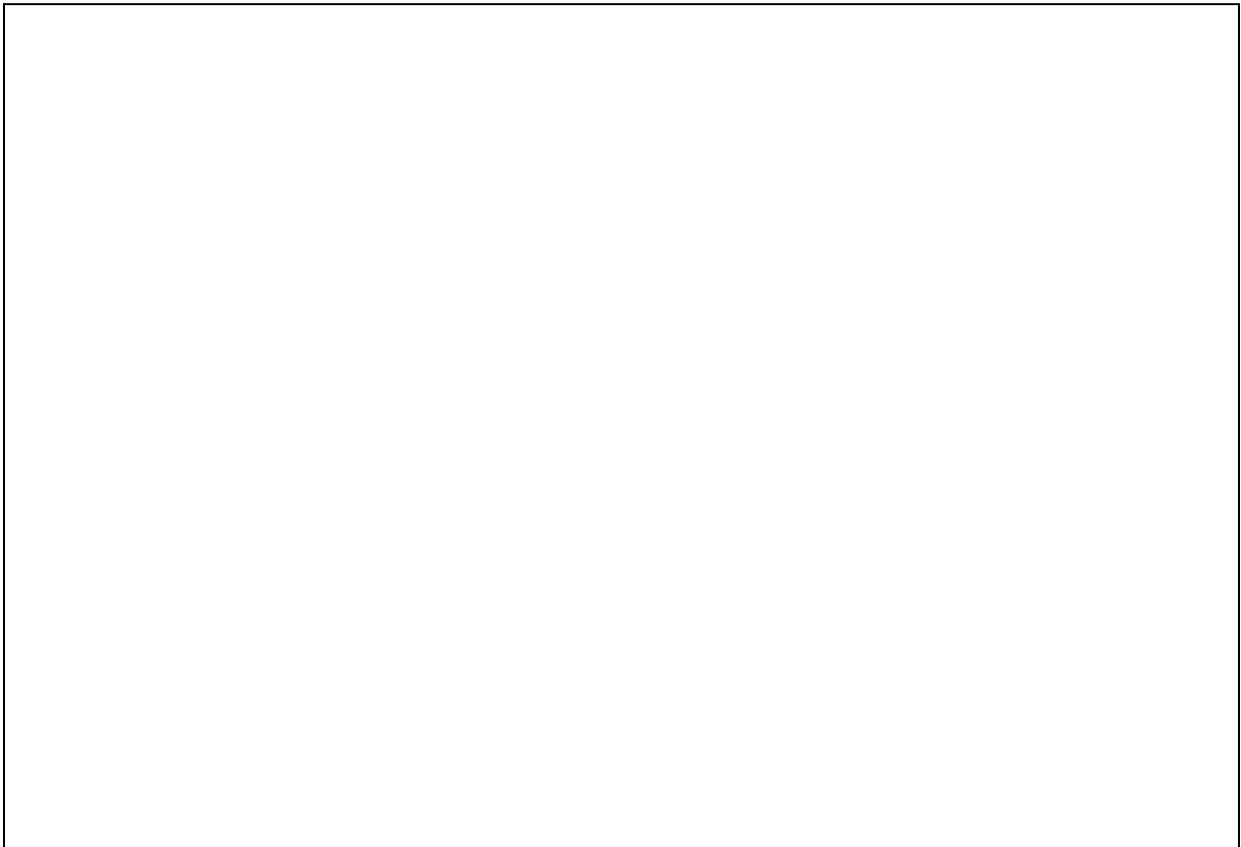
8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8.1.2 regenerative Speisewasservorwärmung

Beispiel: dreistufige Entnahme von Anzapfdampf aus der Turbine

Funktionsweise: Bei verschiedenen Zwischendrücken p_1 , p_2 , p_3 wird aus der Turbine ein Teilstrom des Dampfes entnommen und den drei Speisewasservorwärmern zugeführt.

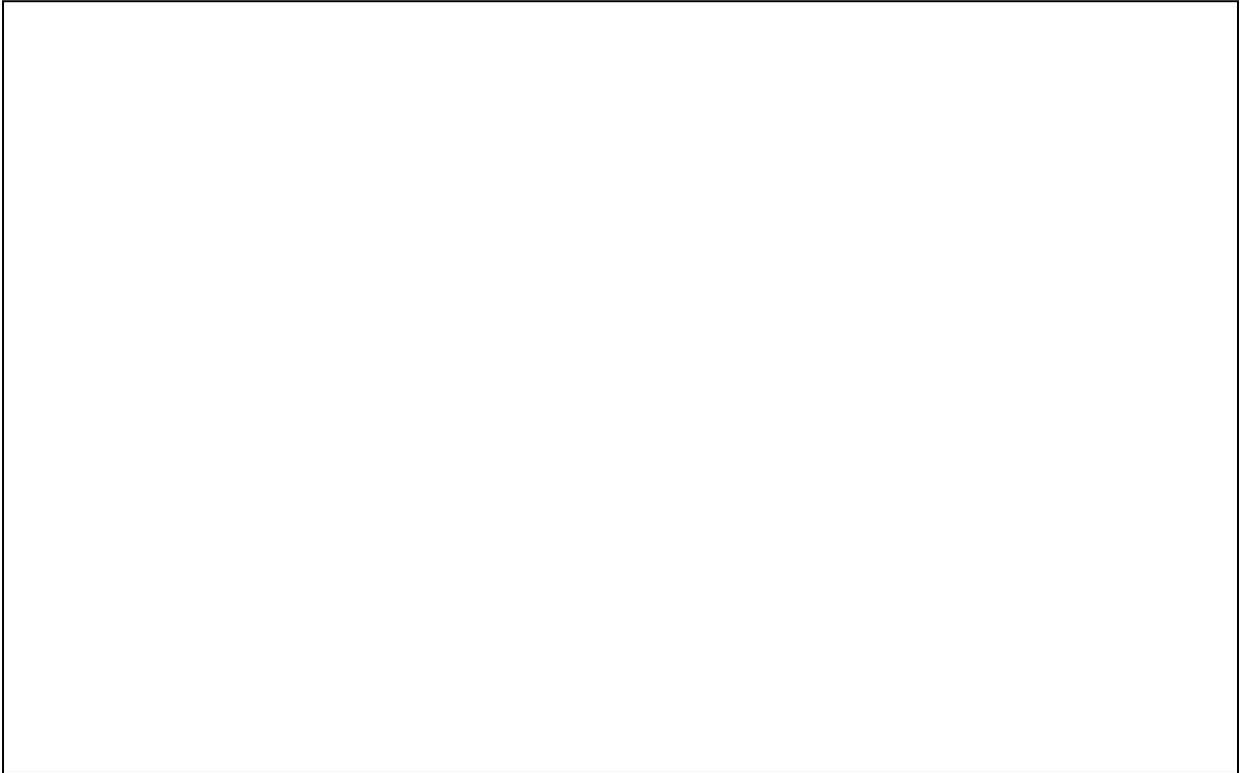
1. Entnahme : Teilmassenstrom wird kondensiert bei p_3
Verdampfungsenthalpie (h_{m98l}) dient zur Erwärmung des Speisewassers von c auf d $\hat{=} \Delta h_{cd}$ Enthalpieänderung Fläche (c d 4 3 c)



Dreistufige Speisewasservorwärmung

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8.1.3 Zwischenüberhitzung



Der Clausius – Rankine – Prozess mit Zwischenüberhitzung im T,s-Diagramm

Funktionsweise: Adiabate Entspannung nahe an die Sattampflinie (4 → 5), Zurückleitung zum Dampferzeuger und erneute Erhitzung (5 → 6).

Erneute Entspannung in einer zweiten Turbine (6 → 7)

Vorteile:

- Erhöhung des thermischen Wirkungsgrades
- Verringerung des Wassergehalts in den Niederdruckstufen der Turbinen.
Vermeidung der Erosion der Turbinenschaufeln.

$$w_t = h_4 - h_5 + h_6 - h_7$$

$$\eta_{th} = 1 + \frac{q_{ab}}{q_{zu}}$$

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8.2 Kraftwerksbeispiele

8.2.1 typisches Steinkohlekraftwerk

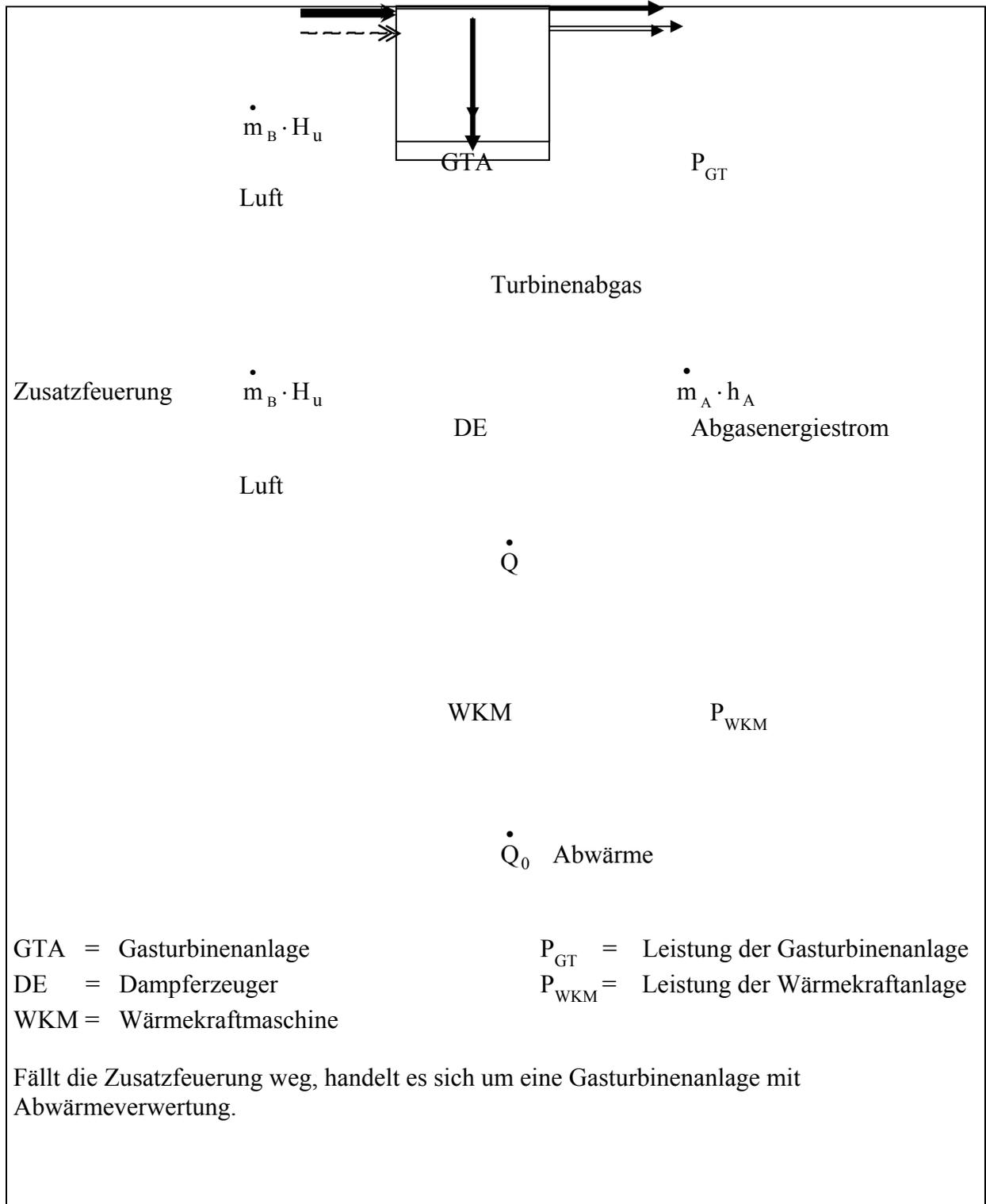
siehe Anhang

8.2.2 Kombinierte Gas - Dampfkraftwerke



Schema des Exergieflusses

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)



Energiefluss in einem Gas-Dampf-Kraftwerk mit und ohne Zusatzfeuerung

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

8.3 Musteraufgabe

Ein Dampfkessel mit einem Wasser-Dampf-Raum von $10 \text{ [m}^3\text{]}$ ist zur Hälfte mit siedendem Wasser und zur anderen Hälfte mit Sattdampf von 15 [bar] gefüllt. Durch Versagen der Steuerung wird bei geschlossenem Absperrventil dem Kessel durch die Feuerung weiter Wärme zugeführt. Bis zum Abblasen des Sicherheitsventils ist der Druck im Kessel auf 20 [bar] gestiegen. Mit Hilfe der Dampftabellen sind zu bestimmen:

- die bei dieser Wärmezufuhr verdampfte Wassermenge in $[\text{kg}]$,
- die durch die Feuerung zugeführte Wärme in $[\text{kJ}]$.

Lsg.: a) isochore Wärmezufuhr bis $p_2 = 20 \text{ [bar]}$; $p_1 = 15 \text{ [bar]}$

$$(1) \quad m = m'_1 + m''_1$$

$$(2) \quad V = V'_1 + V''_1 \quad \text{mit } V'_1 = V''_1; \quad V = 10 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$(3) \quad v'_1 = \frac{V'_1}{m'_1}$$

$$(3a) \quad v'_1 = 0,0011539 \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

$$(3b) \quad m'_1 = \frac{V'_1}{v'_1}$$

$$(4) \quad v''_1 = \frac{V''_1}{m''_1}$$

$$(4a) \quad v''_1 = 0,131656 \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

$$(4b) \quad m''_1 = \frac{V''_1}{v''_1}$$

(2), (3a), (4a) in (3b) und (4b)

$$(3c) \quad m'_1 = \frac{5}{0,0011539} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right] = 4333,1 \text{ [kg]}$$

$$(4c) \quad m''_1 = \frac{5}{0,131656} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right] = 37,98 \text{ [kg]}$$

(3c), (4c) in (1):

$$m = 4333,1 + 37,98 = 4371,1 \text{ [kg]}$$

$$x_1 = \frac{m''_1}{m} = 0,0087$$

Isochore Zä.: \rightarrow spezifisches Volumen v_x der Nassdampfmischung bleibt konstant!

$$(5) \quad v_{1x} = \frac{V}{m} = \frac{10}{4371,1} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] = 0,002288 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$$(6) \quad v_{2x} = v'_2 + x_2 (v''_2 - v'_2)$$

$$x_2 = \frac{v_{2x} - v'_2}{v''_2 - v'_2} = \frac{0,002288 - 0,0011766}{0,099536 - 0,0011766} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{m}^3 \text{ kg}} \right] = 0,01130$$

$$m''_2 = x_2 m = 0,01130 * 4371,1 \text{ [kg]} = 49,39 \text{ [kg]}$$

$$m''_2 - m''_1 = 49,39 - 37,98 = 11,41 \text{ [kg]}$$

$$m'_2 = m - m''_2 = 4371,1 - 49,39 = 4321,7 \text{ [kg]}$$

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

b) isochore Erwärmung

1. HS geschlossene Systeme:

$$(1) \quad U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad \text{mit } W_{12} = 0$$

$$(1a) \quad U_{2x} - U_{1x} = Q_{12}$$

$$(2) \quad U_{1x} = m u_{1x}$$

$$(3) \quad U_{2x} = m u_{2x}$$

$$(4) \quad u_{1x} = u_1' + x(u_1'' - u_1')$$

$$u_{1x} = 842,93 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] + 8,7 \cdot 10^{-3} [2592,41 - 842,93] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$u_{1x} = 858,15 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$(5) \quad u_{2x} = u_2' + x(u_2'' - u_2')$$

$$u_{2x} = 906,24 + 0,01130(2599,15 - 906,24) \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$u_{2x} = 925,34 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Die Masse bleibt konstant:

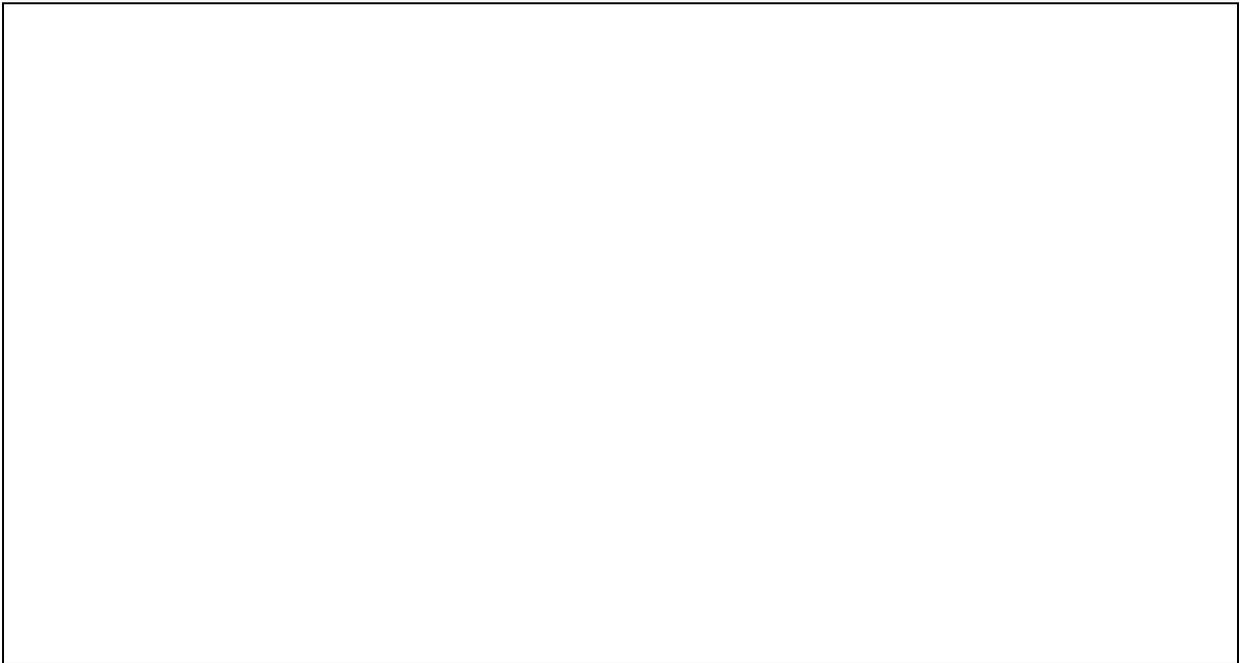
$$Q_{12} = m q_{12} = m(u_{2x} - u_{1x})$$

$$Q_{12} = 4371,1 \text{ [kg]} (925,34 - 858,15) \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$Q_{12} = 293694 \text{ [kJ]} \approx 293,7 \text{ [MJ]}$$

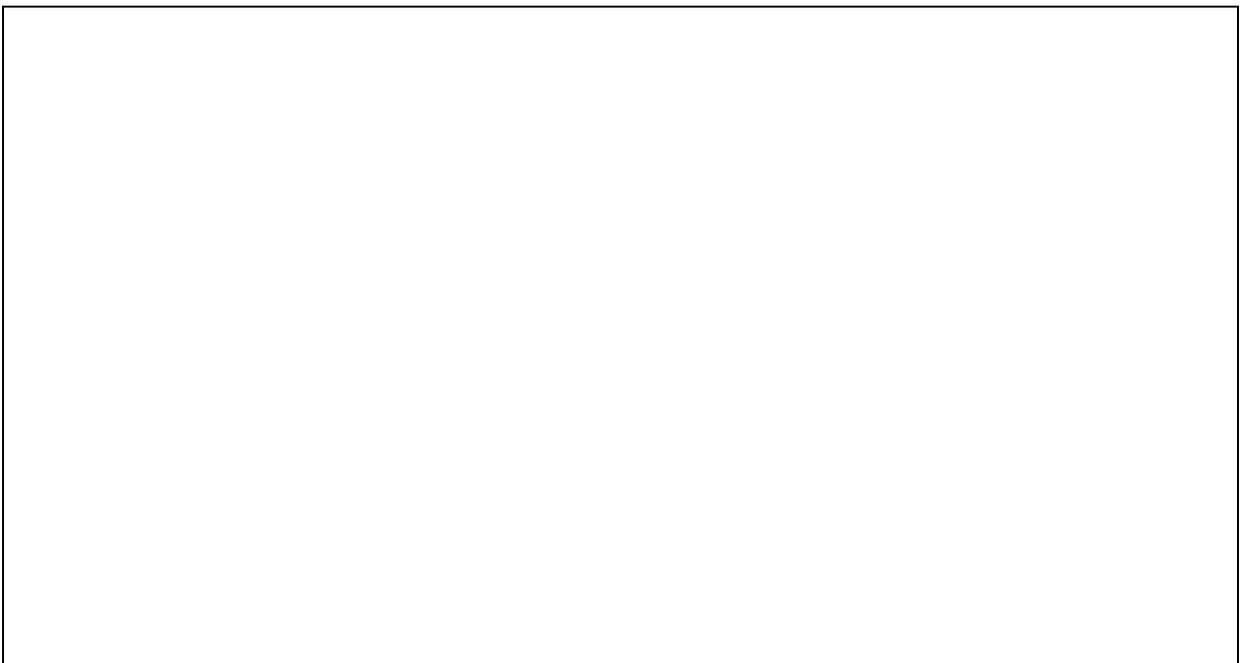
8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

9. Die Clausius-Clapeyronsche Gleichung



Kreisprozess im Nassdampfgebiet mit differentieller Änderung von Druck und Temperatur :
Darstellung im p,V -Diagramm

- 1 → 2 Verdampfen (Wärmezufuhr)
- 2 → 3 Entspannen (Arbeit wird verrichtet)
- 3 → 4 Kondensation (Wärme wird abgegeben)
- 4 → 1 Verdichten (Arbeitszufuhr)



Kreisprozess im Nassdampfgebiet mit differentieller Änderung von Druck und Temperatur :
Darstellung im T,s -Diagramm

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)

graphisch: $dw = -dp (v'' - v')$

2. HS.: $dq = dT (s'' - s')$

1. HS.: $\oint du \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \oint (dw + dq) = 0$

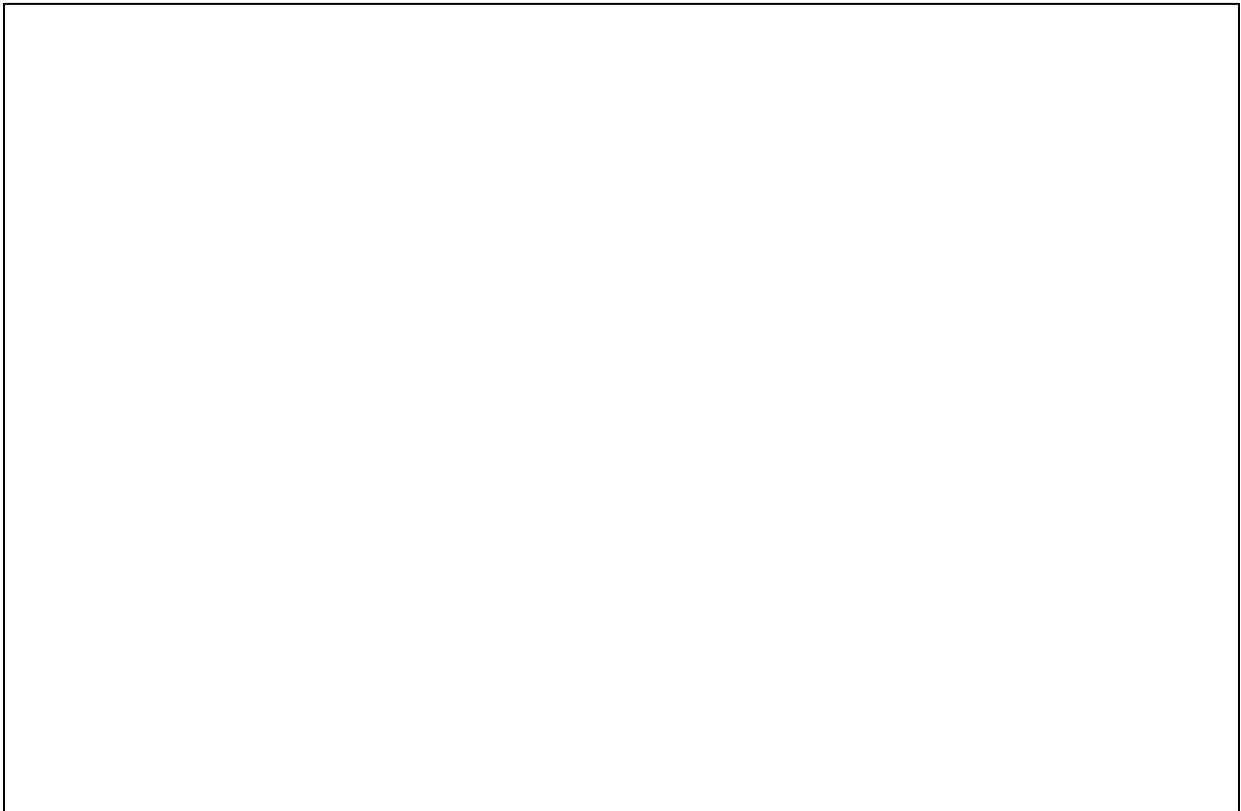
$\Rightarrow dq = -dw$

$dT (s'' - s') = dp (v'' - v')$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s'' - s'}{v'' - v'} \quad (1)$$

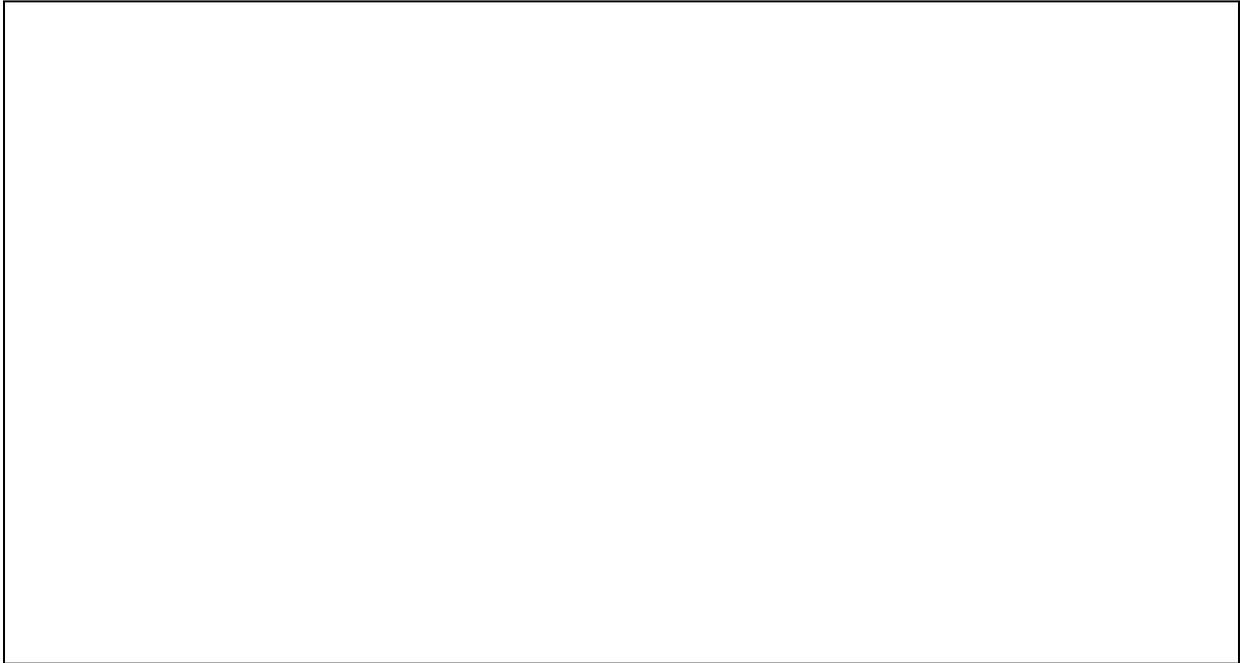
im Zweiphasengebiet: da $p = \text{const.}$

$$\Delta q = \Delta h_v = T (s'' - s')$$



typische Dampfdruckkurven:

8. Der Clausius-Rankine-Prozess (Dampfkraftprozess)



p,T-Diagramm von Wasser (3 Phasen)

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta h_v}{T(v'' - v')} = \frac{r}{T(v'' - v')} \quad \text{Clausius-Clapeyronsche Gleichung} \quad (9.1)$$

mögliche Vereinfachungen zur Integration der Clausius-Clapeyronschen Gleichung:

- (1) $v' \ll v''$
- (2) $p \cdot v'' = R \cdot T$

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dT} &= \frac{r}{T(v'' - v')} = \frac{r}{T v''} \\ \frac{dp}{dT} &= \frac{r \cdot p}{T \cdot R \cdot T} = \frac{r \cdot p}{R \cdot T^2} \\ \frac{dp}{p} &= \frac{r}{R} \frac{dT}{T^2} \quad | \quad r = \text{const.} \\ \ln \frac{p}{p_0} &= \frac{r}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{\frac{r}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} = \text{Dampfdruckkurve} \quad (9.2)$$

10. Zustandsgleichungen realer Gase

10. Zustandsgleichungen realer Gase

Die Darstellung mehrerer Phasen von speziellen Stoffen in p,T ; h,s ; T,s und p,v -Diagrammen sind eine wichtige Grundlage zur Planung und Berechnung von Dampfkraftwerken, Dampfturbinen, Dampfkältemaschinen oder Wärmepumpen. Um für die benutzten Medien – Wasser, Kältemittel – solche Diagramme aufzustellen und um quantitative Rechnungen zu machen, werden Zahlenwerte benötigt. → Messungen.

Leicht zu messen: p , T

Nicht direkt zu messen: Entropie.

Der Aufwand der Messungen ist sehr hoch, da große Genauigkeit bei hohen Drücken und Temperaturen gefordert wird. Um die Anzahl der Versuche in Grenzen zu halten, werden Messungen für sogenannte Stützwerte durchgeführt und Zwischenwerte durch Gleichungen ermittelt.

Spezialfall ideales Gas: $p \cdot v = R \cdot T$

Dabei ist R die stoffspezifische Gaskonstante

10.1 Die van-der-Waalsche Zustandsgleichung

10.1.1 Thermische Eigenschaften

Ansatz:

$$(1) \quad \left(p + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = R \cdot T \quad (1881) \quad (10.1)$$



b repräsentiert das Kovolumen = Molekülvolumen bei dichtester Packung

Der Kohäsionsdruck $\frac{a}{v^2}$ berücksichtigt die Anziehungskräfte der Moleküle untereinander

a , b , R sind stoffspezifisch und müssen für jedes Medium ermittelt werden.

für $\frac{a}{v^2} = 0$ und $b = 0$ Vereinfacht sich die Gleichung wieder zur idealen Gasgleichung

Die drei stoffspezifischen Konstanten a , b und R können mit Hilfe des kritischen Punktes ermittelt werden. Wir gehen davon aus, dass die kritischen Werte (p_{krit} , v_{krit} , T_{krit}) genau gemessen werden.

10. Zustandsgleichungen realer Gase



p,V-Diagramm mit Zweiphasengrenze und kritischer Isotherme
Es gilt:

$$(2) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = 0$$

$$(3) \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right)_T = 0$$

$$(1a) \quad p = \frac{R \cdot T}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$(2) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = -\frac{R \cdot T}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} = 0$$

$$(3) \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right)_T = \frac{2R \cdot T}{(v-b)^3} - \frac{6a}{v^4} = 0$$

$$(2a) \quad \frac{2a}{v^3} = \frac{R \cdot T}{(v-b)^2} \quad \left| \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{v} \right.$$

$$(3a) \quad \frac{3a}{v^4} = \frac{R \cdot T}{(v-b)^3}$$

$$(2b) \quad \frac{3a}{v^4} = \frac{3RT}{2v(v-b)^2}$$

$$(2b) = (3a) \\ \frac{3RT}{2v(v-b)^2} = \frac{RT}{(v-b)^3}$$

$$(4) \quad \frac{3}{2v} = \frac{1}{v-b} \quad \rightarrow \quad \frac{3}{2} = \frac{v}{v-b} \quad \rightarrow \quad \frac{v-b}{v} = \frac{2}{3}$$

$$(4) \quad -b = \frac{2}{3}v - v \quad \rightarrow \quad \boxed{b = \frac{1}{3}v \quad | \quad v = v_k} \quad (10.2)$$

10. Zustandsgleichungen realer Gase

(4) in (2a)

$$\frac{2a}{v^3} = \frac{RT}{\left(\frac{2}{3}v\right)^2} = \frac{9RT}{4v^2}$$

(5) $a = \frac{9}{8}vRT$

(4), (5) in (1a)

$$p = \frac{RT}{\frac{2}{3}v} - \frac{9vRT}{8v^2}$$

$$p = R\left(\frac{3}{2}\frac{T}{v} - \frac{9}{8}\frac{T}{v}\right)$$

$$R = p \cdot \frac{8v}{12T - 9T}$$

(6)
$$\boxed{R = \frac{8}{3}\frac{vp}{T} \quad | \quad v = v_k; p = p_k; T = T_k} \quad (10.3)$$

(6) in (5)

$$a = \frac{9}{8}v \cdot \frac{8}{3}\frac{vp}{T} \cdot T$$

(5a)
$$\boxed{a = 3pv^2 \quad | \quad v = v_k, p = p_k} \quad (10.4)$$

(4), (5a), (6) in (1)

(1b)
$$\boxed{\left(p + \frac{3p_k \cdot v_k^2}{v^2}\right)\left(v - \frac{1}{3}v_k\right) = \frac{8}{3}\frac{v_k \cdot p_k}{T_k} \cdot T} \quad \left| \cdot \frac{3}{p_k \cdot v_k}\right.$$

(1c)
$$\boxed{\left[\frac{p}{p_k} + 3\left(\frac{v_k}{v}\right)^2\right]\left[3 \cdot \frac{v}{v_k} - 1\right] = 8\frac{T}{T_k}} \quad (10.5)$$

Die auf die entsprechenden kritischen Größen bezogenen Zustandsgrößen heißen:

normierter Druck $p^* = \frac{p}{p_k}$

normiertes Volumen $v^* = \frac{v}{v_k}$

normierte Temperatur $T^* = \frac{T}{T_k}$

10. Zustandsgleichungen realer Gase

$$\left(p^* + \frac{3}{v^{*2}}\right)(3v^* - 1) = 8 \cdot T^* \quad \text{dimensionslose van-der-Waals-Gleichung} \quad (10.6)$$



van-der-Waals-Gleichung für normierte Zustandsgrößen im p^*, v^* -Diagramm

Die Zustände nach der van-der-Waals-Gleichung im Zweiphasengebiet sind metastabil oder unmöglich:

- a → b: metastabil (Überhitzung der Flüssigkeit)
- b → c: unmöglich (denn mit steigendem Volumen müsste bei konstanter Temperatur der Druck ansteigen → $\left(\frac{\partial p^*}{\partial v^*}\right)_T > 0$; das ist unmöglich!)
- d → c: metastabil (Unterkühlung reinen Sattedampfes)

metastabil: durch Verzögerungserscheinungen noch in einem Zustand befindlich, der den äußeren Bedingungen nicht mehr entspricht (a → b; d → c)

Für stabile Isotherme a → d muss gelten: Fläche a, b, e, a = Fläche e, c, d, e

Die van-der-Waals-Gleichung reicht für genaue Berechnungen nicht aus!

heute: kompliziertere Gleichungen für jeden Stoff und für verschiedene thermodynamische Bereiche (z.B. nahe oder fern dem KP)

10. Zustandsgleichungen realer Gase

Nachteile der van-der-Waals-Gleichung:

Sie beschreibt die quantitativen Zustandsänderungen realer Gase nur schlecht, da

- die Annahme unveränderlichen Eigenvolumens b nur eine grobe Annäherung der Realität darstellt.
- die Kohäsionsgesetzmäßigkeiten komplizierter sind.

10.2 Fortschrittlichere Zustandsgleichungen

10.2.1 Redlich-Kwong-Gleichung (1949)

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{\sqrt{T} v(v+b)}$$

wird in zahlreichen Varianten in der Praxis angewendet.

Die Bestimmung der Stoffkonstanten a und b erfolgt ebenfalls über den kritischen Punkt:

wegen $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{T_k} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{T_k} = 0$ folgt nach Umformungen:

$$a = \frac{1}{9 \left(2^{\frac{1}{3}} - 1\right)} \frac{R^2 \cdot T_k^{\frac{5}{2}}}{p_k}$$

$$b = \frac{2^{\frac{1}{3}} - 1}{3} \cdot \frac{R \cdot T_k}{p_k} = \frac{v_k}{3,847}$$

10.2.2 Martin-Gleichung (1979)

$$p = \frac{R \cdot T}{v-b} - \frac{a \cdot T^{-n}}{(v+c)^2}$$

10.2.3 Virialform der thermischen Zustandsgleichung

$$Z = \frac{p \cdot v}{R \cdot T} = 1 + B \rho + C \rho^2 + D \rho^3 + \dots$$

$$= 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots$$

2. Virialkoeffizient

3. Virialkoeffizient

4. Virialkoeffizient

Mit der Zahl der Reihenglieder kann die Genauigkeit der Anpassung an gegebene Versuchswerte beliebig gesteigert werden.

10. Zustandsgleichungen realer Gase

10.2.4 BWR-Gleichung (1940)

Benedikt-Webb-Rubin-Gleichung mit 8 Konstanten

\bar{v} = Molvolumen, R = spezifische Gaskonstante

a, b, e, A_0 , C_0 , α , γ = empirische Stoffkonstanten

$$Z = 1 + \left(B_0 - \frac{A_0}{RT} - \frac{C_0}{RT^3} \right) \frac{1}{\bar{v}} + \left(b - \frac{a}{RT} \right) \frac{1}{\bar{v}^2} + \left(a \frac{\alpha}{RT} \right) \frac{1}{\bar{v}^5} + \left(\frac{C}{RT^2} \right) \left[\left(1 + \gamma \bar{v}^{-2} \right) \frac{1}{\bar{v}^3} \right] e^{-\gamma \bar{v}^{-2}}$$

BWR-Gleichung mit 32 Konstanten und deren Anwendung auf das Element Stickstoff siehe Anhang!

Temperatur-Entropie-Diagramm von Stickstoff siehe Anhang!

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

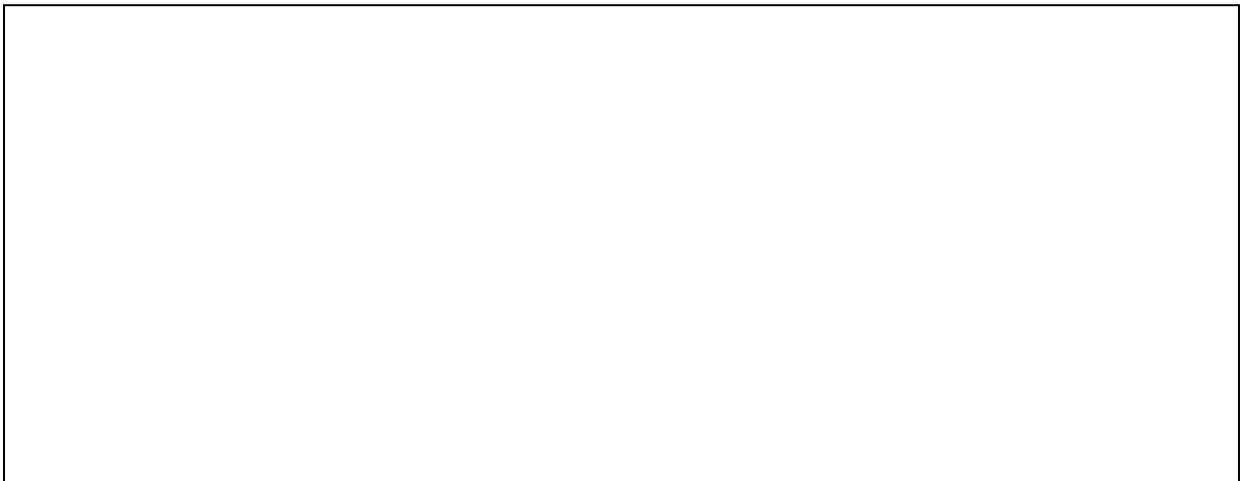
11.1 Einige Definitionen

trockene Luft: Gemisch aus ca. 80% N_2
20% O_2

Thermische Zustandsgleichung:

$$p_{N_2} V = m_{N_2} R_{N_2} T \quad (1)$$

$$p_{O_2} V = m_{O_2} R_{O_2} T \quad (2)$$



(1) + (2) : (3)

$$\underbrace{(p_{N_2} + p_{O_2})}_{p_G} V = (m_{N_2} R_{N_2} + m_{O_2} R_{O_2}) T$$

$$\left| \frac{m_{N_2} + m_{O_2}}{m_{N_2} + m_{O_2}} \right.$$

$$p_G V = \underbrace{(m_{N_2} + m_{O_2})}_{m_G} \underbrace{\frac{m_{N_2} R_{N_2} + m_{O_2} R_{O_2}}{m_{N_2} + m_{O_2}}}_{R_M} T$$

$$p_G V = m_G * R_M * T$$

Für beliebig viele Komponenten heißt die verallgemeinerte thermische Zustandsgleichung:

$$p V = m R_M T$$
$$\text{mit } R_M = \frac{\sum_j m_j \cdot R_j}{\sum_j m_j}$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

feuchte Luft:

$$x = \frac{m_{\text{Wasser}}}{m_{\text{Luft}}} \quad | \quad 0 \leq x \leq \infty \quad (11.1)$$

$x = 0$ trockene Luft

$x = \infty$ reines Wasser

Bsp.: 1 [kg] Luft, $x = 0,01$

$$\begin{aligned} m_{\text{Wasser}} &= m_{\text{Luft}} \cdot x \\ &= 1 \text{ [kg]} \cdot 0,01 = 0,01 \text{ [kg] Wasser} \\ m_{\text{Ges}} &= m_{\text{Luft}} + m_{\text{Wasser}} = 1,01 \text{ [kg] !} \end{aligned}$$

molarer Wassergehalt:

$$\kappa = \frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Luft}}} = \frac{\frac{m_{\text{W}}}{M_{\text{W}}}}{\frac{m_{\text{L}}}{M_{\text{L}}}} = \frac{m_{\text{W}}}{m_{\text{L}}} \cdot \frac{M_{\text{L}}}{M_{\text{W}}}$$

überschlägige Berechnung der Molmassen:

$$\text{mittlere Molmasse Wasse: } M_{\text{Wasser}} = 18,016 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$$

$$\text{mittlere Molmasse Luft: } M_{\text{L}} = \frac{4 N_2 + 1 O_2}{5} \approx \frac{4 \cdot 28 + 1 \cdot 32}{5} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] = 28,8 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$$

$$\text{genauer siehe Tabelle 1.3: } M_{\text{L}} = 28,96 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$$

$$\frac{M_{\text{Luft}}}{M_{\text{Wasser}}} = \frac{28,96}{18,02} = 1,61 = \frac{R_{\text{Wasser}}}{R_{\text{Luft}}}$$

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,61 \cdot \frac{m_{\text{Wasser}}}{m_{\text{Luft}}} = 1,61 \cdot x$$

 (11.2)

Ungesättigtes Gemisch:

Wasser ist dampfförmig. In diesem Fall gilt auch für den Wasserdampf (H_2O_D) wie auch für die trockene Luft die ideale Gasgleichung.

$$p_{\text{L}} \cdot V_{\text{L}} = m_{\text{L}} \cdot R_{\text{L}} \cdot T_{\text{L}} \quad (1)$$

$$p_{\text{W}} \cdot V_{\text{W}} = m_{\text{W}} \cdot R_{\text{W}} \cdot T_{\text{W}} \quad (2)$$

R_{L} = ideale Gaskonstante der trockenen Luft; R_{W} = ideale Gaskonstante des Wassers

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

Im thermodynamischen Gleichgewicht gilt:

$$\begin{aligned} V_L &= V_W && \text{(beide Gase nehmen den vollen Raum ein!)} \\ T_L &= T_W && \text{(thermisches Gleichgewicht)} \end{aligned}$$

$$(1) \quad \frac{p_L}{p_W} \cdot \frac{V_L}{V_W} = \frac{m_L \cdot R_L \cdot T_L}{m_W \cdot R_W \cdot T_W}$$

$$(2) \quad \frac{p_L}{p_W} = \frac{m_L}{m_W} \cdot \frac{R_L}{R_W}$$

$$\frac{p_L}{p_W} = \frac{m_L}{m_W} \cdot \frac{R_L}{R_W}$$

$$\frac{p_L}{p_W} = \frac{m_L}{m_W} \cdot \frac{M_L}{M_W} \cdot \frac{\bar{R}}{\bar{R}}$$

$$\frac{p_L}{p_W} = \frac{m_L}{m_W} \cdot \frac{M_W}{M_L}$$

$$\frac{\underbrace{m_W}_x}{\underbrace{m_L}_C} = \frac{p_W}{p_L} \cdot \frac{M_W}{M_L} \quad \left| C = \frac{18,02}{28,96} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] = 0,622 \right.$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_W}{p_L} \quad \text{mit } p = p_W + p_L$$

$$x = 0,622 \frac{p_W}{p - p_W} \quad (11.3)$$

$$p_W = \frac{x}{0,622 + x} \cdot p$$

Dampfdruckkurve: Partialdruck p_D über der absoluten Temperatur T

11. Gemische von Gasen und Dämpfen



Sättigungsdruck p_s und Wassergehalt x_s in Abhängigkeit der absoluten Temperatur T

Falls $p_w = p_s \Rightarrow$ gesättigte feuchte Luft

$$x_s = 0,622 \cdot \frac{p_s}{p - p_s} \quad (11.4)$$



$$p_s = p_s(T)$$

Der Sättigungsdruck p_s hängt nur von der Temperatur ab!

Siehe Tabelle Sättigungsdruck des Wasserdampfes

Aufgabe:

Graphische Darstellung des Sättigungsdrucks $p_s(T)$ und des Wassergehalts $x_s(T)$ in Abhängigkeit der Temperatur zwischen $-20 [^\circ\text{C}]$ und $100 [^\circ\text{C}]$. Die Ordinatenwerte sollen logarithmisch aufgetragen werden!

T	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$^\circ\text{C}$
p_s														bar
x_s														

Übersättigtes Gemisch:

Definition der Indizes:

- L = Luft
- W = Wasser
- E = Eis
- D = Dampf
- Fl = Flüssigkeit

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

$$x > x_s :$$

$$\begin{aligned} m_{\text{Wasser}} &= m_D + m_{\text{Fl}} + m_E \\ &= m_L * x_S + m_{\text{Fl}} \\ &= m_L * x_S + m_E \end{aligned}$$

oberhalb des Gefrierpunktes
unterhalb des Gefrierpunktes

$$\text{Sättigungsdruck } p_S = p_S(T)$$

$$\text{Wassergehalt } x = x(p, T)$$

Weitere übliche Definitionen:

relative Feuchte: $\varphi = \frac{p_w}{p_s}$
 $\varphi = 0$:= trockene Luft
 $\varphi = 1$:= gesättigte feuchte Luft

Sättigungsgrad: $\chi = \frac{x}{x_S}$
 $= \frac{p_w}{p - p_w} * \frac{p - p_s}{p_s}$

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{p_w}{p_s} * \frac{p - p_s}{p - p_w} \\ \chi &= \varphi * \frac{p - p_s}{p - p_w} \end{aligned}$$

(11.5)

Die Dichte feuchter Luft:

$$(1) \quad \rho = \frac{m_w + m_L}{V}$$

$$(2) \quad p_L V = m_L R_L T$$

$$(3) \quad p_w V = m_w R_w T$$

$$(2) + (3)$$

$$p V = (m_L R_L + m_w R_w) * T$$

$$p * V = (m_w + m_L) * \frac{m_L R_L + m_w R_w}{m_w + m_L} * T \quad \left| * \frac{1}{V} \right.$$

$$p = \underbrace{\frac{m_w + m_L}{V}}_{\rho} * R_L \frac{m_L + \frac{R_w}{R_L} m_w}{m_w + m_L} * T$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

$$p = \rho * R_L * \frac{m_L + \frac{R_W}{R_L} m_W}{m_W + m_L} * T$$

$$p = \rho * R_L * \frac{m_L + \frac{M_L}{M_W} m_W}{m_W + m_L} * T$$

$$\rho = \frac{p}{R_L * T} * \frac{m_W + m_L}{m_L + 1,61 * m_W} \quad \left| * \frac{1}{m_L} \right.$$

$$\rho = \underbrace{\frac{p}{R_L * T}}_{\rho_{Luft}} * \frac{x + 1}{1 + 1,61 * x}$$

$\rho = \rho_L * \frac{x + 1}{1 + 1,61 * x} = \text{Dichte feuchter Luft}$	(11.6)
--	--------

$$\frac{\rho_L - \rho}{\rho_L} = \frac{\rho_L - \rho_L * \frac{x + 1}{1 + 1,61 x}}{\rho_L}$$

$$\frac{\rho_L - \rho}{\rho_L} = 1 - \frac{x + 1}{1 + 1,61 x}$$

$$\frac{\rho_L - \rho}{\rho_L} = \dots = \frac{0,61 x}{1 + 1,61 x}$$

11.2 Kalorische Eigenschaften feuchter Luft

Ansatz: $h = c_p * T + \text{const}$ h wird willkürlich zu null gesetzt bei $t = 0$ [°C] und H_2O im flüssigen Zustand ($h = 0$)

z.B.: $h_L = c_{pL} * t$
 $H_L = m * c_{pL} * t$

$$H = (m_L * c_{pL} + m_D * c_{pD} + m_W * c_{pW} + m_E * c_{pE}) * t + m_D * r_0 - m_E * r_1$$

$h = (c_{pL} + x_D * c_{pD} + x_W * c_{pW} + x_E * c_{pE}) * t + x_D * r_0 - x_E * r_1$	(11.7)
---	--------

wobei

$x = x_D + x_W + x_E$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

wichtige Stoffwerte:

$$\begin{aligned}c_{pL} &= 1,00 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]; & c_{pD} &= 1,86 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right] \\c_{pW} &= 4,19 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]; & c_{pE} &= 2,05 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right] \\r_0 &= 2502 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] & & \text{Verdampfungswärme bei } 0 \text{ [}^\circ\text{C]} \\r_1 &= 333 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] & & \text{Schmelzwärme bei } 0 \text{ [}^\circ\text{C]}\end{aligned}$$

Eine zweckmäßige Darstellung der kalorischen Eigenschaften für feuchte Luft erfolgt durch Auftragen der Enthalpiewerte über dem Wassergehalt.

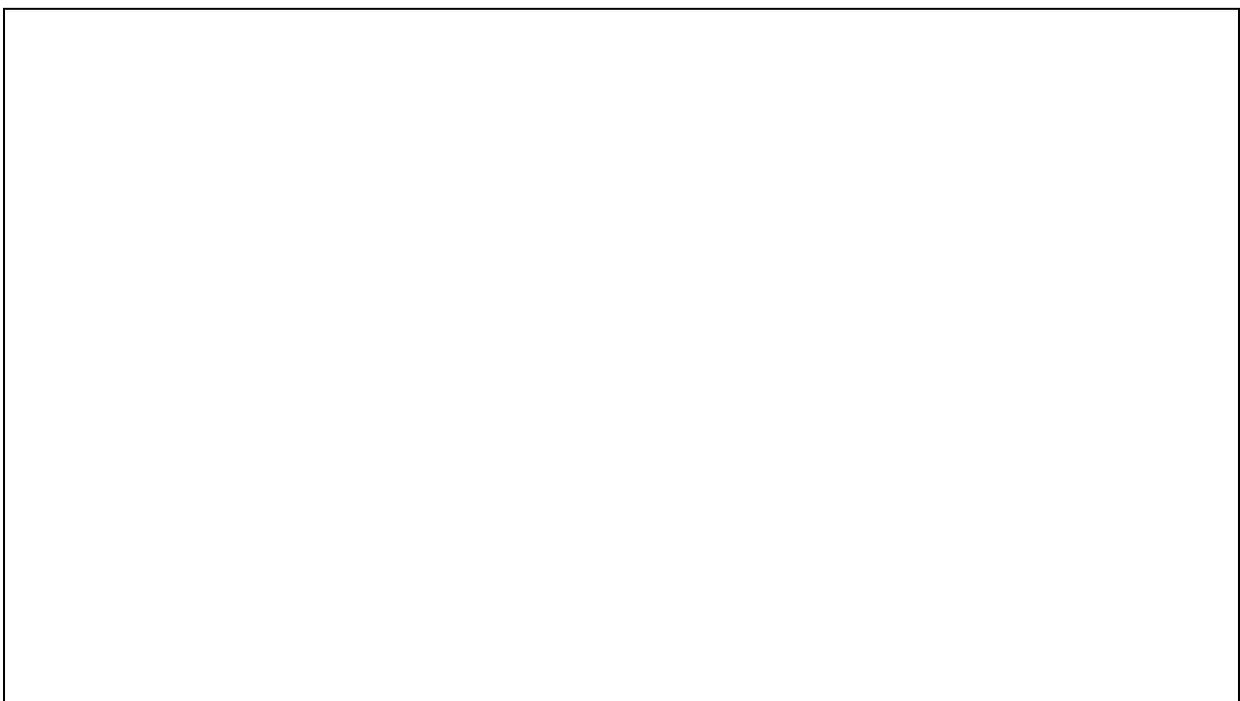
11.3 Das h,x-Diagramm

I. ungesättigtes Gebiet:

$$\varphi = \frac{p_W}{p_s} < 1 \rightarrow x_W = 0; x_E = 0$$

$$h = (c_{pL} + x_D * c_{pD}) * t + x_D * r_0$$

$$\text{Isotherme } t = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}: \quad h = r_0 * x_D \quad (1)$$



Das h,x-Diagramm

$$\begin{aligned}\text{Isotherme } t_1 > 0 \text{ [}^\circ\text{C]}: & \quad h = x_D * r_0 + (c_{pL} + x_D * c_{pD}) * t \\ & \quad h = (r_0 + c_{pD} * t) x_D + c_{pL} * t\end{aligned}$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

mit zunehmendem Wassergehalt x wird der Sättigungszustand erreicht, wenn $x = x_S$. Die Menge aller Grenzpunkte bei verschiedenen Temperaturen liefert die Sättigungslinie.

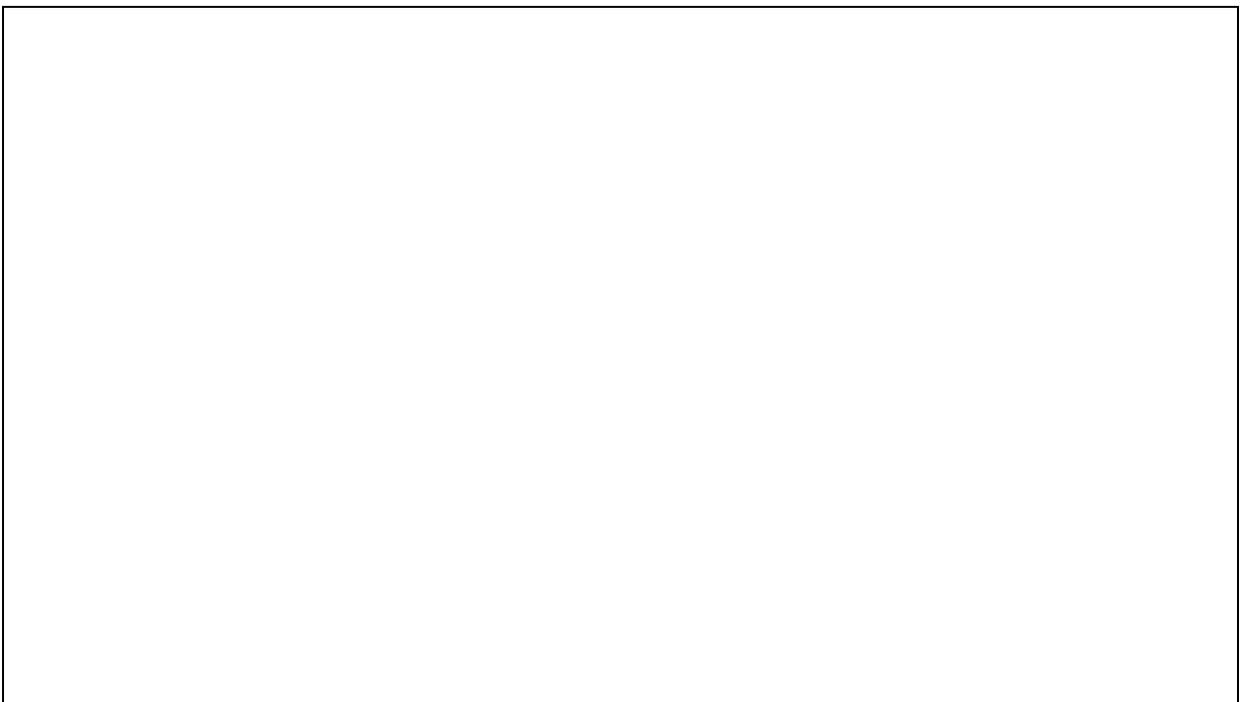
II. Nebelgebiet:

$$\varphi = 1 = \frac{p_w}{p_s}$$

(3) $x = x_D + x_W$

Nebelisotherme

$$(4) \quad h = \underbrace{(r_0 + c_{pD} * t) x_D}_{const.} + x_W * c_{pW} * t + c_{pL} * t$$



h,x-Diagramm

Für die Enthalpieänderung infolge einer Änderung des Wassergehaltes ergibt sich:
Im ungesättigten Gebiet:

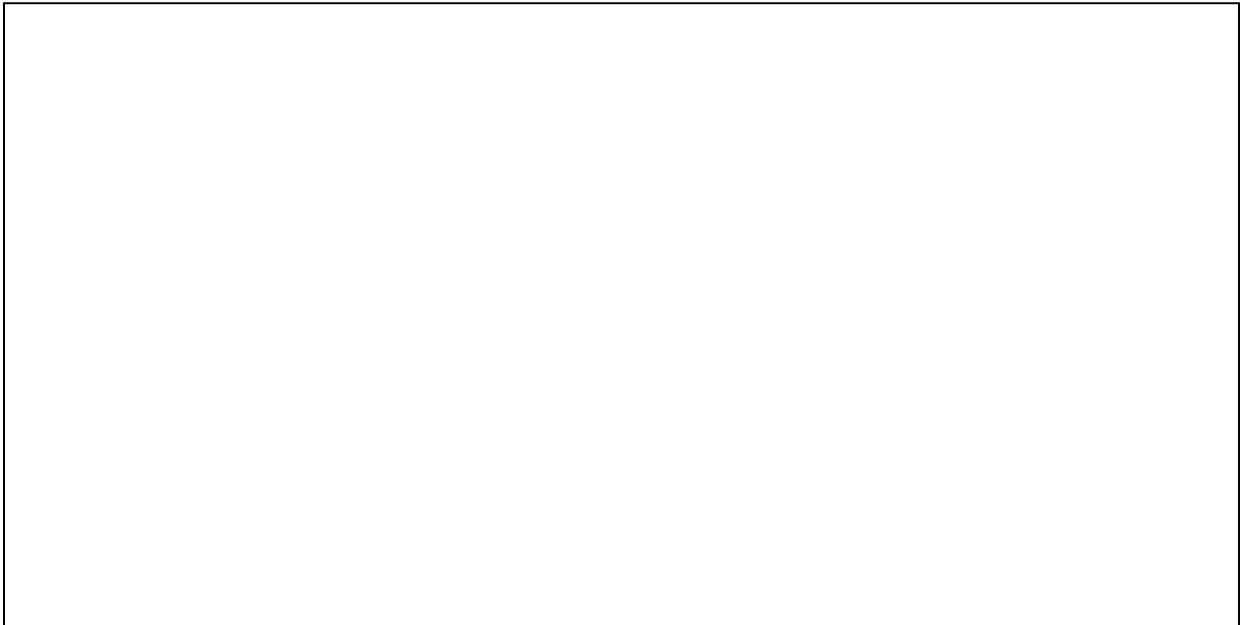
$$\frac{dh^{(2)}}{dx} = r_0 + c_{pD} * t;$$
$$\frac{dh}{dx} = h_D$$

im Nebelgebiet:

$$\frac{dh^{(4)}}{dx} = c_{pW} * t = h_W$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

11.4 Abkühlung feuchter Luft



Abkühlung feuchter Luft dargestellt im h,x-Diagramm

Ausgangszustand 0 := ungesättigtes Gebiet
Zustandsänderung. 0 → 1 : Abkühlung bei $x = \text{const.}$
In 1: Die Sättigungslinie wird erreicht
1 → 2 : weitere Abkühlung mit Nebelbildung (Wasserniederschlag)
2 → 2' : Der Dampfgehalt der gesättigten Luft in 2 ist gleich dem Dampfgehalt der gesättigten Luft in 2'
Die ausgefallene Wassermenge $\Delta x = x_2 - x'_2 = x_1 - x'_2$
2' → 0' : Erwärmung auf die Ausgangstemperatur (nach Entfernung des Wassers aus dem System)
Wirkung: 0 → 0' : Entfeuchtung der Luft
Annahme: 0 → 2 = isobare Abkühlung
2' → 0' = isobare Aufwärmung } ⇒ 1. H.S.: $dq = dh$

$q_{02} = h_2 - h_0$
$q_{2'0'} = h_{0'} - h_{2'}$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

11.5 Mischungsvorgänge feuchter Luft

Zwei Mengen feuchter Luft sollen gemischt werden:

m_1 := Masse der Trockenluft der Menge 1

m_2 := Masse der Trockenluft der Menge 2

x_1 := Wassergehalt der Menge 1

x_2 := Wassergehalt der Menge 2

h_1 := spezifische Enthalpie der Masse 1

h_2 := spezifische Enthalpie der Masse 2

Massenerhaltungssatz:

$$(1) \quad m_1 + m_2 = m_M$$

$$(2) \quad m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_M x_M$$

Energieerhaltungssatz :

$$(3) \quad m_1 h_1 + m_2 h_2 = m_M h_M$$

Eliminieren von m_M : Gl. (2) * $\frac{1}{m_1}$

$$x_1 + \frac{m_2}{m_1} x_2 = \frac{m_M}{m_1} x_M \stackrel{(1)}{=} \frac{m_1 + m_2}{m_1} x_M$$

$$x_1 + \frac{m_2}{m_1} x_2 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) x_M$$

$$\frac{m_2}{m_1} (x_2 - x_M) = x_M - x_1$$

(4)

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{x_M - x_1}{x_2 - x_M}}$$

(11.8)

analog zu (4) ergibt sich (5)

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{h_1 - h_M}{h_M - h_2}}$$

(11.9)

(4) = (5)

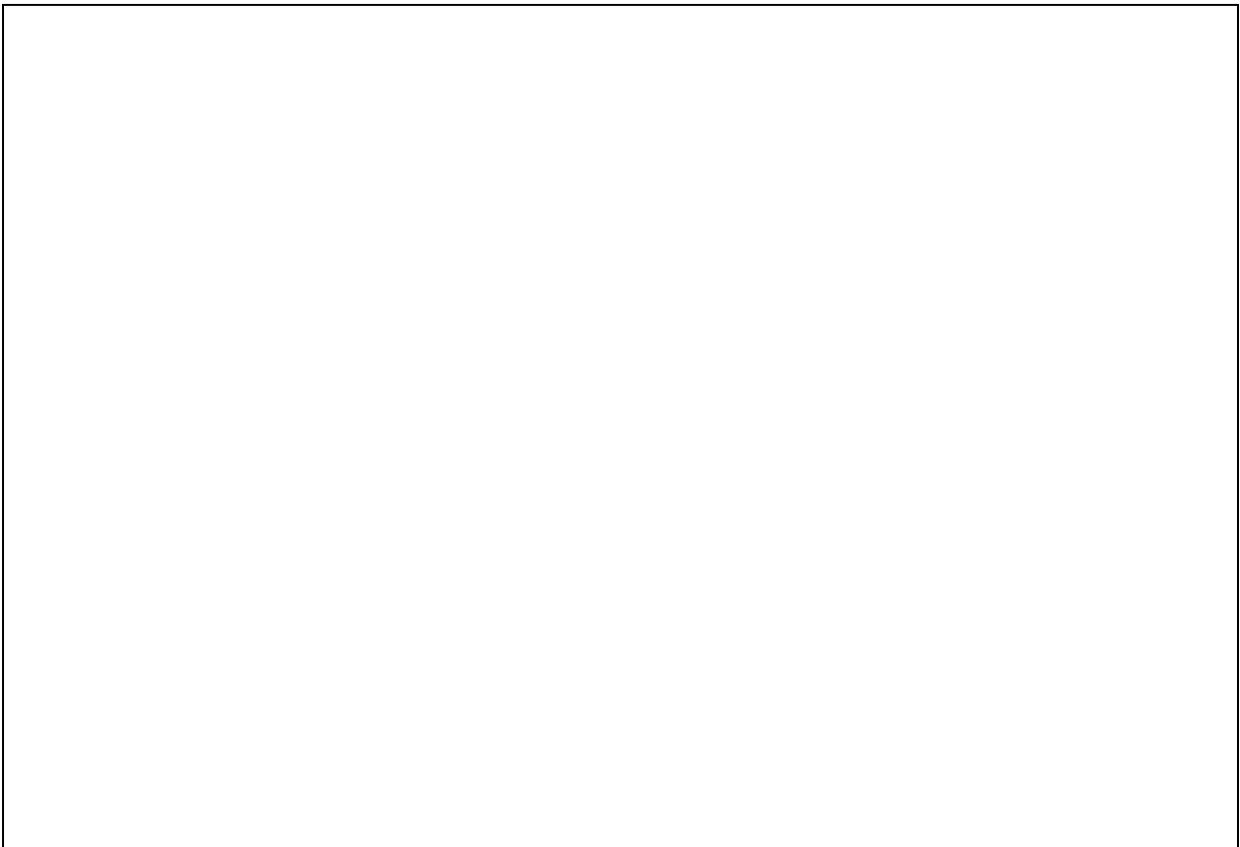
$$\frac{h_1 - h_M}{h_M - h_2} = \frac{x_M - x_1}{x_2 - x_M}$$

$$\frac{h_1 - h_M}{x_1 - x_M} = \frac{h_M - h_2}{x_M - x_2}$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen



Zustandspunkt des Gemisches außerhalb des Nebelgebiets



Zustandspunkt des Gemisches innerhalb des Nebelgebiets

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

11.6 Musteraufgaben

Aufgabe 1

Außenluft mit einer Temperatur von -10 [°C] und einer relativen Luftfeuchte von 90 [%] ist mit Umluft von 20 [°C] und 65 [%] relativer Luftfeuchte zu mischen, so dass 7500 [kg/h] Mischluft entstehen. Der Gesamtdruck beträgt 0,1 [MPa]. Die Mischluft soll auf 17 [°C] und eine relative Luftfeuchtigkeit von 50 [%] gebracht werden.

Bestimmen Sie rechnerisch:

- den Massenstrom der Außenluft in [kg/h],
- den Massenstrom der Umluft in [kg/h],

sowie mit Hilfe des h,x -Diagramms

- die für den Lufterhitzer erforderliche Wärmeleistung in [kW].

$$\text{Lsg.: } \left. \begin{array}{ll} t_1 = -10 \text{ [°C]}; & \varphi_1 = 0,90 & \text{Außenluft} \\ t_2 = 20 \text{ [°C]}; & \varphi_2 = 65 \text{ [%]} & \text{Umluft} \\ t_3 = 17 \text{ [°C]}; & \varphi_3 = 50 \text{ [%]} & \text{Mischluft} \end{array} \right\} p = 0,1 \text{ [MPa]}$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 7500 \text{ [kg/h]}$$

$$p_{s(-10 \text{ [°C]})} = 2,594 \cdot 10^{-3} \text{ [bar]}$$

$$p_{s(17 \text{ [°C]})} = 0,019362 \text{ [bar]}$$

$$p_{s(20 \text{ [°C]})} = 0,02337 \text{ [bar]}$$

a)

$$(1) \quad x_M = x_3$$

$$(2) \quad \varphi_3 = \frac{p_{w_3}}{p_{s_3}}$$

$$(3) \quad p_{s_3(17 \text{ [°C]})} = 0,019362 \text{ [bar]}$$

$$(2a) \quad p_{w_3} = p_{s_3} \cdot \varphi_3 = 0,019362 \cdot 0,5 = 0,00968 \text{ [bar]}$$

$$(4) \quad x_3 = 0,622 \cdot \frac{p_{w_3}}{p - p_{w_3}} = 0,622 \cdot \frac{0,00968}{1,0 - 0,00968} = 0,00608 \rightarrow x_M = 0,00608$$

$$(5) \quad x_1 = 0,622 \cdot \frac{p_{w_1}}{p - p_{w_1}} = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{s_1}}{p - \varphi_1 p_{s_1}} = 0,622 \cdot \frac{0,9 \cdot 2,594 \cdot 10^{-3}}{1,0 - 0,9 \cdot 2,594 \cdot 10^{-3}} = 0,00146$$

$$(6) \quad x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_2 p_{s_2}}{p - \varphi_2 p_{s_2}} = 0,622 \cdot \frac{0,65 \cdot 0,02337}{1 - 0,65 \cdot 0,02337} = 0,00959$$

$$(7) \quad \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{x_1 - x_M}{x_M - x_2} = \frac{0,00146 - 0,00608}{0,00608 - 0,00959} = 1,32 \rightarrow \dot{m}_2 = 1,32 \dot{m}_1 \quad (7a)$$

$$(8) \quad \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 7500 \text{ [kg/h]}$$

(7a) in (8)

$$\dot{m}_1 + 1,32 \dot{m}_1 = 7500 \text{ [kg/h]} \rightarrow \dot{m}_1 = \frac{7500}{2,32} \text{ [kg/h]} = 3233 \text{ [kg/h]}$$

b)

$$(7a) \quad \dot{m}_2 = 4267 \text{ [kg/h]}$$

$$c) \quad \dot{Q} = \dot{m}(h_3 - h_M) = 7500 \cdot (33 - 22) \left[\frac{\text{kg kJ}}{\text{h kg}} \right]$$

$$\dot{Q} = 82500 \cdot \frac{1}{3600} \text{ [kW]} \approx 23 \text{ [kW]}$$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

Aufgabe 2

Für einen klimatisierten Raum werden 11310 m³/h Luft mit $\varphi_m = 0,4$ und $t_m = 21$ [°C] gewünscht. Um den Mischungszustand zu erreichen, soll Frischluft von $t_F = 0$ [°C] und $\varphi_F = 0,7$ mit Umluft von $t_2 = 24$ [°C] und $\varphi_2 = 0,5$ gemischt werden. Der Luftdruck beträgt 1 [bar].

- Auf welche Temperatur und auf welche Enthalpie muß die Frischluft gebracht werden, damit durch Mischung der geforderte Luftzustand erhalten werden kann?
- Bestimmen Sie die Dichte in [kg/m³] und den Massenstrom in [kg/h] der feuchten Luft im Mischungszustand!
- Wie groß ist das massenmäßige Mischungsverhältnis von Frischluftmassenstrom zu Umluftmassenstrom? Berechnen Sie den spezifischen Volumenstrom der Frischluft nach Erwärmung in [m³/h]!
- Berechnen Sie den spezifischen Volumenstrom der Frischluft nach Erwärmung in [m³/h]!
- Berechnen Sie den spezifischen Volumenstrom der Umluft in [m³/h]!
- Wie groß ist das räumliche Mischungsverhältnis der feuchten Luft nach Mischung?
- Welche Wärme in [kW] ist der Frischluft zuzuführen?

Lsg.: $\dot{V}_M = 11310$ [m³/h]; $\varphi_M = 0,4$; $t_M = 21$ [°C]

$$\varphi_F = 0,7; t_F = 0 \text{ [°C]}$$

$$\varphi_2 = 0,5; t_2 = 24 \text{ [°C]}$$

- durch Eintragen in ein h,x-Diagramm und Ablesen:

$$t_1 = 17,5 \text{ [°C]}$$

$$h_1 \approx 24,5 \text{ [kJ/kg]}$$

- durch Ablesen: $x_M = 0,00625$ [kg/kg]

$$\rho_M = \frac{p_M}{R_L \cdot T_M} \cdot \frac{x_M + 1}{1 + 1,61 x_M} = \frac{10^5}{287,1 \cdot (273,2 + 21)} \cdot \frac{0,00625 + 1}{1 + 1,61 \cdot 0,00625} \left[\frac{\text{N kg K}}{\text{m}^2 \text{ JK}} \right]$$

$$\rho_M = 1,184 \cdot 0,996 = 1,180 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$\dot{m}_M = \rho_M \cdot \dot{V}_M = 1,180 \cdot 11310 \left[\frac{\text{kg m}^3}{\text{h m}^3} \right] = 13340 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$$

- $\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{x_M - x_1}{x_2 - x_M}$

aus Diagramm:

$$\left. \begin{array}{l} x_2 = 0,00917 \\ x_1 = 0,00267 \end{array} \right\} \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{0,00625 - 0,00267}{0,00917 - 0,00625} = 1,226$$

$$\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2} = 0,816$$

-

- $\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1}$

- $\rho_1 = \frac{p_1}{R_L \cdot T_1} \cdot \frac{x_1 + 1}{1 + 1,61 x_1} = \frac{10^5}{287,1 \cdot (273,2 + 17,5)} \cdot \frac{0,00267 + 1}{1 + 1,61 \cdot 0,00267} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

- $\rho_1 = 1,198 \cdot 0,998 = 1,196 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

- $\dot{m}_1 = \dot{m}_M - \dot{m}_2$

- $\dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_1}{0,816}$

11. Gemische von Gasen und Dämpfen

(4) in (3) : (5)

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_M - \frac{\dot{m}_1}{0,861}$$

$$\dot{m}_1 \left(1 + \frac{1}{0,816} \right) = \dot{m}_M$$

$$(5) \quad \dot{m}_1 = \frac{\dot{m}_M}{\left(1 + \frac{1}{0,816} \right)} = \frac{13340}{\left(1 + \frac{1}{0,816} \right)} \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right] = 5994 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$$

(2), (5) in (1)

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1} = \frac{5994}{1,196} \left[\frac{\text{kg m}^3}{\text{h kg}} \right] = 5012 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right]$$

e)

$$(1) \quad \dot{V}_2 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_2}$$

$$(2) \quad \rho_2 = \frac{p_2}{R_L * T_2} * \frac{x_2 + 1}{1 + 1,61 x_2} = \frac{10^5}{287,1 * (273,2 + 24)} * \frac{0,00917 + 1}{1 + 1,61 * 0,00917} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

$$(2) \quad \rho_2 = 1,172 * 0,994 = 1,165 \left[\text{kg/m}^3 \right]$$

$$(3) \quad \dot{m}_2 = \dot{m}_M - \dot{m}_1$$

$$(4) \quad \dot{m}_1 = 0,816 * \dot{m}_2$$

$$\rightarrow \dot{m}_2 + 0,816 \dot{m}_2 = \dot{m}_M$$

$$(5) \quad \dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_M}{(1 + 0,816)} = \frac{13340}{1,816} = 7346 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$$

(2), (5) in (1)

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_2} = \frac{7346}{1,165} = 6300 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right]$$

$$f) \quad \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{5012 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right]}{6300 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right]} = 0,796$$

$$g) \quad \dot{Q}_1 = \dot{m}_1 [h_1 - h_F]$$

$$\dot{m}_1 = 5994 \left[\text{kg/h} \right] \quad \text{aus d)}$$

$$h_1 = 24,5 \left[\text{kJ/kg} \right] \quad \text{aus a)}$$

$$h_F = 6,7 \left[\text{kJ/kg} \right] \quad \text{aus dem Diagramm}$$

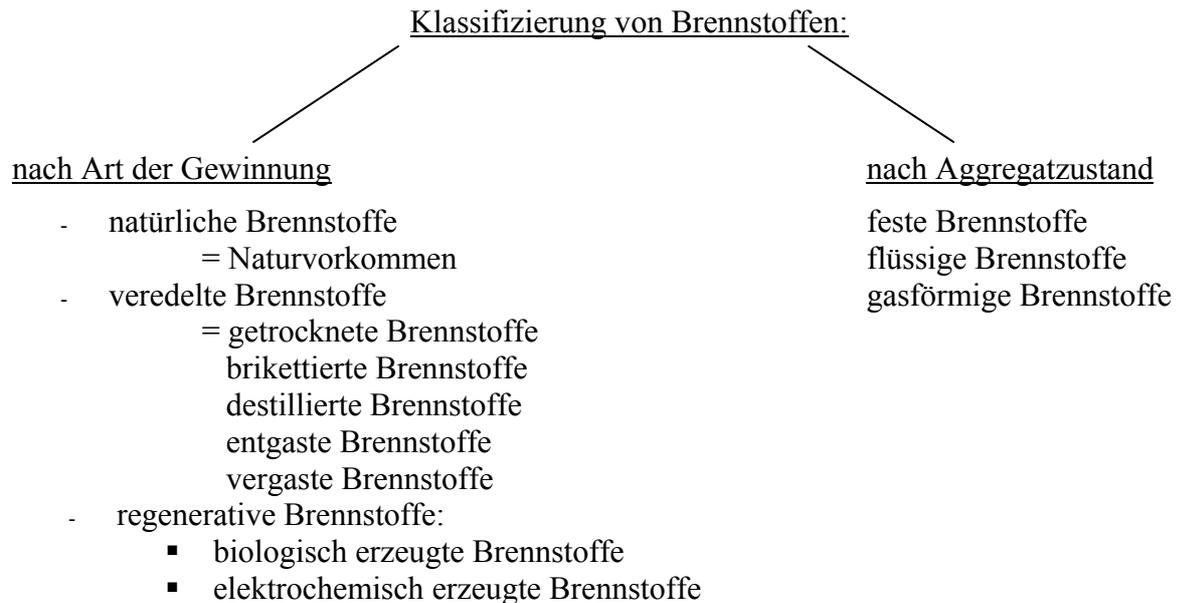
$$\rightarrow \dot{Q}_1 = 5994 [24,5 - 6,7] \left[\frac{\text{kg kJ}}{\text{h kg}} \right] = 29,6 \left[\text{kW} \right]$$

12. Verbrennungsprozesse

Verbrennungsprozesse sind exotherme Prozesse infolge der Oxidation von „Brennstoffen“.

12.1 Brennstoffe

- Energieträger, deren Energie chemisch gespeichert und durch Verbrennung in Wärmeenergie gewandelt wird.
- enthalten in der Regel C, H₂, S



Feste Brennstoffe:

natürliche: Steinkohle, Braunkohle, Ölschiefer, Torf, Holz

veredelte: Brikett, Koks, Holzkohle

Flüssige Brennstoffe:

natürliche: Erdöl

veredelte: Benzin, Petroleum, Dieselöl, Heizöl (aus Erdöl), Teeröle (aus Stein- oder Braunkohle)

Wasserstoff durch Dampfreformierverfahren aus Erdgas, Methan, Benzin

regenerative: flüssiger Wasserstoff elektrolytisch aus Wasser erzeugt und verflüssigt
Biodieselöl aus nachwachsenden Rohstoffen

Gasförmige Brennstoffe:

natürliche: Erdgas

veredelte: Schwelgase (aus Kohle bei 400 – 600 °C)

Hochtemperaturentgasungsgase (aus Kohle bei 800 – 1200 °C unter Luftabschluss)

regenerative: Wasserstoff elektrolytisch aus Wasser

12. Verbrennungsprozesse

12.1.1 Feste Brennstoffe

Zusammensetzung:

$$\text{in } \frac{\text{Stoffmasse}}{\text{Gesamtmasse}} \left[\frac{\text{kg Stoff}}{\text{kg Masse}} \right]$$

c = Kohlenstoffanteil
 h = Wasserstoffanteil
 s = Schwefelanteil
 o = Sauerstoffanteil
 n = Stickstoffanteil
 a = Ascheanteil (mineralische Bestandteile:
 $\text{SiO}_2, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{CaO}, \text{Fe}_2\text{O}_3$)
 w = Wasseranteil

$$\Rightarrow c + h + s + o + n + a + w = 1$$

c, h, s sind verbrennbar
 a, w sind Ballast

Bsp. Kohle:

Entfeuchtung: 1) grob durch Trocknen bei Umgebungstemperatur 20 [°C], 1 [bar],
relative Luftfeuchtigkeit $\varphi = 0,6$
2) beim Anwärmen über 100 [°C]

Koksherstellung: durch Kohleerhitzung → flüchtige Bestandteile entweichen
es bleibt: elementarer Kohlenstoff, Asche, Schwefel

12.1.2 Flüssige Brennstoffe

$$c + h + o + s = 1 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right]$$

12.1.3 Gasförmige Brennstoffe

Gasförmige Brennstoffe sind Gemische aus brennbaren und nicht brennbaren Einzelgasen

Brennbare Bestandteile: $\text{CH}_4, \text{CO}, \text{H}_2$
weitere Kohlenwasserstoffe wie z. B. C_2H_6 Ethan oder
 C_6H_6 Benzol

nicht brennbare Bestandteile: $\text{CO}_2, \text{N}_2, \text{O}_2$

12.2 Brennwert und Heizwert

Brennwert h_o = Verbrennungswärme = oberer Heizwert

:= Wärmeenergie, die bei der Verbrennung von 1 [kg] oder 1 [m_n^3] eines Brennstoffes von den Verbrennungsprodukten abgeführt wird, wenn die Temperaturen aller Bestandteile vor und nach der Verbrennung auf 20 [°C] oder 25 [°C] gebracht werden. Das vor der Verbrennung im Brennstoff enthaltene und bei der Verbrennung gebildete Wasser muss verflüssigt werden. Die Verbrennung verläuft isobar.

Heizwert h_u = unterer Heizwert

:= Brennwert abzüglich der Verdampfungsenthalpie des im Rauchgas

12. Verbrennungsprozesse

enthaltenen Wasserdampfs

$$h_u = h_o - m_{H_2O} * r \quad (12.1)$$

$$r_{H_2O} (t = 20 [^{\circ}C]) = 2450 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$r_{H_2O} (t = 25 [^{\circ}C]) = 2443 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

m_{H_2O} = Wasserdampfmasse je [kg] Brennstoff bzw.

Wasserdampfmasse je [m_n^3] Brenngas

Bsp.: Torf mit 35 [%] H_2O und 3,2 [%] H_2 hat einen Brennwert von 16500 $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$ bei

$t = 20 [^{\circ}C]$. Wie groß ist sein spezifischer Heizwert?

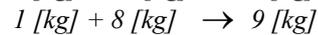
Lsg.: $w = 0,35$, $h = 0,032$, $h_o = 16500 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$

(1) $h_u = h_o - m_{H_2O} * r$

(2) m_{H_2O} = verdampfter Wassergehalt + aus Wasserstoff entstandener Wasserdampf

$$m_{H_2O} = w + x * w$$

(3) Reaktionsgleichung $H_2 + 0,5 O_2 \rightarrow H_2O$



d.h. aus 1 [kg] H_2 entstehen 9 [kg] H_2O_D in (2)

(2) $m_{H_2O} = w + 9 * w$

in (1) $h_u = h_o - (w + 9w) * r$

$$h_u = 16500 \left[\frac{kJ}{kg} \right] - (0,35 + 9 * 0,032) * 2450 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$h_u = 14937 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

12.2.1 Ermittlung des Brennwertes h_o und des Heizwertes h_u

Für feste und flüssige Brennstoffe kann der Brennwert mittels einer kalorimetrischen Bombe bestimmt werden.

Für leichtflüchtige und gasförmige Stoffe setzt man Durchflusskalorimeter ein.

Die Reduzierung der Zahl der notwendigen Messwerte erreicht man durch den Vergleich von Elementaranalysen mit experimentell bestimmten Heizwerten

Hieraus ergeben sich die **Näherungsgleichungen nach Boie**:

für Holz, Torf, Braunkohle, Steinkohle, Koks gilt:

$$h_u = 34800 c + 93800 h + 10460 s + 6280 n - 10800 o - 2450 w \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (12.2)$$

für Heizöl, Teer gilt:

$$h_u = 35150 c + 94100 h + 10460 (s - o) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (12.3)$$

12. Verbrennungsprozesse

für Brenngase kann der Heizwert aus der Zusammensetzung genau bestimmt werden mit:

$$h_u = r_1 h_{u1} + r_2 h_{u2} + \dots$$

Raumanteile der Einzelgase $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3} \right]$

Heizwerte in $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right]$

überschlägiger Wert für asche- und wasserfreie Substanzen:

$$h_{u_{\text{waf}}} = \frac{h_u + w \cdot r}{1 - a - w}$$

Bsp.: Heizwertänderung beim Trocknen von Braunkohle

Z 1:= vor dem Trocknen

Z 2:= nach dem Trocknen

Trocknen heißt Wasserentzug. Die Masse reduziert sich von m_1 auf m_2

$$m_1 - m_2 = \underbrace{m_1 \cdot w_1}_{\text{Wassermenge in 1}} - \underbrace{m_2 \cdot w_2}_{\text{Wassermenge in 2}}$$

$$(1) \quad m_1 (1 - w_1) = m_2 (1 - w_2)$$

$$(1a) \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - w_2}{1 - w_1}$$

Brennbare Bestandteile und Asche bleiben erhalten z.B. Wasserstoff

$$(2) \quad m_1 \cdot h_1 = m_2 \cdot h_2$$

$$(2a) \quad h_2 = h_1 \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

Energieerhaltung:

$$(3) \quad m_1 \cdot h_{o1} = m_2 \cdot h_{o2}$$

$$(3a) \quad h_{o2} = h_{o1} \cdot \frac{m_1}{m_2} = \text{Verbrennungswärme der getrockneten Kohle}$$

$$(1a) \text{ in } (3a) : (4)$$

$$h_{o2} = h_{o1} \cdot \frac{1 - w_2}{1 - w_1}$$

$$(5) \quad h_o = h_u + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot r$$

$$(5a) \quad h_o = h_u + (9h + w) \cdot r$$

$$(5a) \text{ in } (3a) : (6)$$

$$h_{u2} + r \cdot (9h_2 + w_2) = \left[h_{u1} + (9h_1 + w_1) \cdot r \right] \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

$$h_{u2} = h_{u1} \cdot \frac{m_1}{m_2} + (9h_1 + w_1) \cdot r \cdot \frac{m_1}{m_2} - r \cdot \left(\overbrace{9h_1 \cdot \frac{m_1}{m_2}}^{(2a)} + w_2 \right)$$

12. Verbrennungsprozesse

$$\begin{aligned}
 & \text{(1a)} \\
 & = h_{u_1} * \frac{1-w_2}{1-w_1} + 9h_1 r \frac{m_1}{m_2} + w_1 r \frac{m_1}{m_2} - 9h_1 r \frac{m_1}{m_2} - r w_2 \\
 & = \frac{h_{u_1}(1-w_2) + w_1 r(1-w_2) - w_2 r(1-w_1)}{1-w_1} \\
 & = \frac{h_{u_1}(1-w_2) + r w_1 - r w_1 w_2 - r w_2 + r w_1 w_2}{1-w_1} \\
 h_{u_2} & = \frac{h_{u_1}(1-w_2) + r(w_1 - w_2)}{1-w_1} \\
 \text{Heizwert der Trockensubstanz:} & \quad w_2 = 0 \\
 h_{u_{wf}} & = \frac{h_{u_1} + r w_1}{1-w_1}
 \end{aligned}$$

Bsp.: geg.: Kohle $m_1 = 10^3$ [kg], $h_{u_1} = 9544$ $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$, Bezugspunkt $t = 20$ [°C]

Z 1: = vor dem Trocknen

Z 2: = nach dem Trocknen

Zusammensetzung:

vor Trocknung:

- $c_1 = 26,6$ [%]
- $h_1 = 2,2$ [%]
- $s_1 = 1,0$ [%]
- $o_1 = 8,4$ [%]
- $n_1 = 0,4$ [%]
- $a_1 = 6,5$ [%]
- $w_1 = 54,9$ [%]

nach Trocknung: $w_2 = 18,0$ [%]

ges.: a) Zusammensetzung und Heizwert der getrockneten Kohle?

b) $m_2 = ?$

c) Welche Wassermasse ist auszudampfen?

a)

$$(1) \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1-w_2}{1-w_1} = \frac{1-0,18}{1-0,549} = 1,818$$

$$(2) \quad m_1 * c_1 = m_2 * c_2 \rightarrow c_2 = c_1 * \frac{m_1}{m_2}$$

$$c_2 = c_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,266 * 1,818 = 0,484$$

analog

$$(3) \quad h_2 = h_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,022 * 1,818 = 0,40$$

$$(4) \quad s_2 = s_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,01 * 1,818 = 0,018$$

12. Verbrennungsprozesse

$$(5) \quad o_2 = o_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,084 * 1,818 = 0,153$$

$$(6) \quad n_2 = n_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,004 * 1,818 = 0,007$$

$$(7) \quad a_2 = a_1 * \frac{m_1}{m_2} = 0,065 * 1,818 = 0,118$$

Heizwert

$$\begin{aligned} h_{u_2} &= \frac{h_{u_1}(1-w_2)+r(w_1-w_2)}{1-w_2} \\ &= \frac{9544*(1-0,18)+2450*(0,549-0,18)}{1-0,549} \\ &= \frac{7826+904,1}{0,451} \approx 19360 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{aligned}$$

b) Masse nach dem Trocknen:

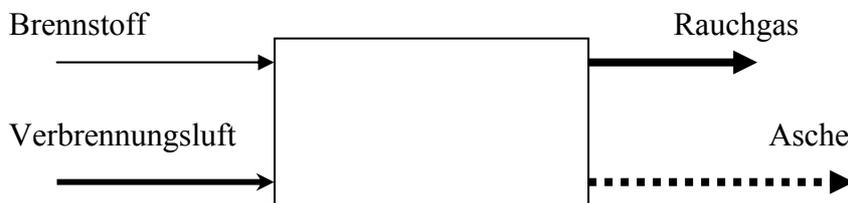
$$(1) \quad \frac{m_1}{m_2} = 1,818 \quad \rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1}{1,818} = \frac{10^3}{1,818}$$

$$m_2 = 550 \text{ [kg]}$$

c) Auszudampfende Wassermenge

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 450 \text{ [kg]}$$

12.3 Stöchiometrische Verbrennungsrechnung



vollkommene Verbrennung

:= Das Rauchgas enthält keine brennbaren Gase mehr.

unvollkommene Verbrennung

:= Das Rauchgas enthält noch brennbare Gase (z. B. CO) oder / und unverbrannte Feststoffteilchen (Ruß oder noch brennfähige Ascheteile)

Ziel: vollständige Verbrennung zur größtmöglichen Wärmeerzeugung in einer Wärmekraftmaschine und in Feuerungsanlagen.

12.3.1 Luftbedarf und Rauchgasmenge für feste und flüssige Brennstoffe

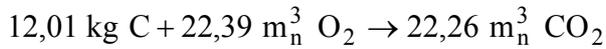
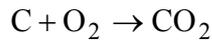
In der Regel ergibt sich durch Analyse:

$$\mathbf{c + h + s + o + n + a + w = 1}$$

12. Verbrennungsprozesse

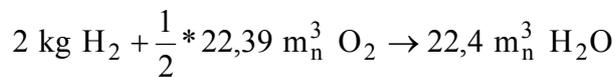
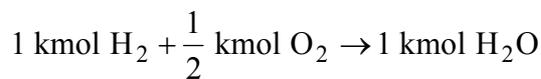
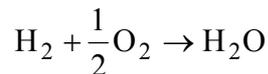
Reaktionsgleichungen:

I. Kohlenstoff



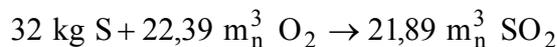
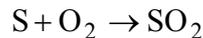
$$(1) \quad c + c * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{12,01 \text{ kg C}} \rightarrow c * \frac{22,26 \text{ m}_n^3 \text{ CO}_2}{12,01 \text{ kg C}}$$

II. Wasserstoff



$$(2) \quad h + h * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{2 * 2 \text{ kg H}_2} \rightarrow c * \frac{22,4 \text{ m}_n^3 \text{ H}_2\text{O}}{2 \text{ kg H}_2}$$

III. Schwefel



$$(3) \quad s + s * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{32 \text{ kg S}} \rightarrow s * \frac{21,89 \text{ m}_n^3 \text{ SO}_2}{32 \text{ kg S}}$$

⇒ Sauerstoffbedarf für den

Kohlenstoffanteil c:	$c * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{12,01 \text{ kg C}}$
Wasserstoffanteil h:	$h * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{4 \text{ kg H}_2}$
Schwefelanteil s:	$s * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{32 \text{ kg S}}$
Zusätzlich im Brennstoff Sauerstoffanteil o enthalten	
Sauerstoffanteil o:	$o * \frac{22,39 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2}{32 \text{ kg O}_2}$

Zur vollständigen Verbrennung sind dem Brennstoff von außen zuzuführen:

12. Verbrennungsprozesse

$$O_{\min} = c * \frac{22,39}{12,01} \frac{m_n^3 O_2}{kg C} + h * \frac{22,39}{4} \frac{m_n^3 O_2}{kg H_2} + s * \frac{22,39}{32} \frac{m_n^3 O_2}{kg S} - o * \frac{22,39}{32} \frac{m_n^3 O_2}{kg O_2} \quad (12.4)$$

vereinfachte Schreibweise: Der spezifische **Mindestsauerstoffbedarf** ergibt sich zu:

$$O_{\min} = 1,864 c + 5,6 h + 0,7 s - 0,7 o$$

mit

O_{\min}	c, h, s, o
$\frac{m_n^3 \text{ Sauerstoff}}{kg \text{ Brennstoff}}$	$\frac{kg}{kg}$

O_{\min} ist stöchiometrisch zur vollkommenen und vollständigen Verbrennung von 1 [kg] Brennstoff nötig.

Der **spezifische Mindestluftbedarf** $L_{t_{\min}}$:

$$\text{trockene Luft: } \left. \begin{array}{l} o = 0,21 \\ n = 0,79 \end{array} \right\} \rightarrow L_{t_{\min}} = \frac{O_{\min}}{0,21} \quad (12.5)$$

Der **wirkliche spezifische Luftbedarf**

$$L_t = \lambda * L_{t_{\min}} \quad (12.6)$$

mit $\lambda \geq 1$, da im allgemeinen eine unvollkommene Durchmischung vorliegt

λ := Luftverhältnis

Richtwerte: $\lambda = 1,5 \dots 2$ bei handbeschickten Rosten

$\lambda = 1,2$ bei Kohlenstaubfeuerung

$\lambda = 1,1$ bei Öl- und Gasfeuerung

$\lambda \approx 1$ bei Ottomotoren

$\lambda = 1,5 \dots 10$ bei Dieselmotoren

$\lambda = 6 \dots 10$ bei Gasturbinen

Verbrennungsprodukt: Rauchgas!

Rauchgase sind Gemische aus CO_2 , SO_2 , H_2O , N_2 , O_2 sowie CO bei unvollkommener Verbrennung. Falls Wasser vorhanden ist liegt feuchtes Rauchgas vor.

Das **feuchte spezifische Rauchgasvolumen:**

$$V_f = V_{CO_2} + V_{SO_2} + V_{H_2O} + V_{N_2} + V_{O_2}$$

$$\text{mit } V_{CO_2} = c * \frac{22,26}{12,01} \frac{m_n^3 CO_2}{kg C}$$

$$V_{SO_2} = s * \frac{21,89}{32} \frac{m_n^3 SO_2}{kg S}$$

12. Verbrennungsprozesse

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = h * \frac{22,4}{2} \frac{m_n^3 \text{H}_2\text{O}}{\text{kg H}_2}$$

Das spezifische Wasserdampfvolumen errechnet sich aus dem Brennstoffwassergehalt w mit

$$\frac{w}{\rho_n} = w * \frac{\bar{v}_n}{M} = w * \frac{22,4 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kmol}} \right] \text{H}_2\text{O}}{18 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \text{H}_2\text{O}}$$

Das spezifische Stickstoffvolumen:

$$\frac{n}{\rho_n} = n * \frac{\bar{v}_n}{M} = n * \frac{22,4 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kmol}} \right] \text{N}_2}{28 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \text{N}_2}$$

Das Stickstoffvolumen der Verbrennungsluft:

$$0,79 * L_t = 0,79 * \lambda * L_{t_{\min}}$$

Das Sauerstoffvolumen im Rauchgas = überschüssig zugeführter Sauerstoff:

$$V_{\text{O}_2} = 0,21 * \underbrace{(\lambda - 1)}_{\text{überschüssiger Sauerstoff}} * L_{t_{\min}}$$

Zusammengefasst die Einzelvolumina im Rauchgas in $\left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right]$:

Kohlendioxidvolumen: $V_{\text{CO}_2} = 1,854 c$

Schwefeldioxidvolumen: $V_{\text{SO}_2} = 0,68 s$

Wasserdampfvolumen: $V_{\text{H}_2\text{O}} = 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right)$

Stickstoffvolumen: $V_{\text{N}_2} = 0,8 n + 0,79 * \lambda * L_{t_{\min}}$

Sauerstoffvolumen: $V_{\text{O}_2} = 0,21 * (\lambda - 1) * L_{t_{\min}}$

$$V_f = 1,854 c + 0,68 s + 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right) + 0,8 n + 0,79 * \lambda * L_{t_{\min}} + 0,21 * (\lambda - 1) * L_{t_{\min}} \quad (12.7)$$

12. Verbrennungsprozesse

Bei einer Rauchgasanalyse wird $V_{\text{H}_2\text{O}}$ nicht erfasst.

Das **trockene Rauchgasvolumen**: $V_t = V_f - V_{\text{H}_2\text{O}}$ (12.8)

für $\lambda = 1$ und vollkommene Verbrennung ist im Rauchgas $V_{\text{O}_2} = 0$

Das **feuchte spezifische Mindestrauchgasvolumen**:

$$V_{f_{\min}} = V_{\text{CO}_2} + V_{\text{SO}_2} + V_{\text{H}_2\text{O}} + V_{\text{N}_2, \lambda=1}$$

$$V_{f_{\min}} = 1,854 c + 0,68 s + 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right) + 0,8 n + 0,79 * \lambda * L_{t_{\min}} \quad (12.9)$$

Das **trockene spezifische Mindestrauchgasvolumen**:

$$V_{t_{\min}} = V_{f_{\min}} - V_{\text{H}_2\text{O}} \quad (12.10)$$

ferner gilt:

$$V_f = V_{f_{\min}} + (\lambda - 1) * L_{t_{\min}}$$

$$V_t = V_{t_{\min}} + (\lambda - 1) * L_{t_{\min}}$$

Die **spezifische Rauchgasmasse**:

$$m_f = \underbrace{(1-a)}_{\text{zu Gas gewordene Brennstoffmasse}} + \underbrace{\rho_L * L_t}_{\text{Masse der Verbrennungsluft}} \quad \text{mit } \rho_L = 1,293 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}_n^3} \right] \quad (12.11)$$

Einheitenregelung:

$V_{\text{CO}_2}, V_{\text{SO}_2}, V_{\text{H}_2\text{O}}, V_{\text{N}_2}, V_{\text{O}_2}, V_f, V_{f_{\min}}$	c, s, h, n, w
$\left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}} \right]$	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$

12. Verbrennungsprozesse

Bsp.: Braunkohlebrikett mit

$$\left. \begin{array}{l} c = 0,46 \\ s = 0,007 \\ h = 0,046 \\ n = 0,010 \\ o = 0,194 \\ w = 0,180 \\ a = 0,103 \end{array} \right\} \text{wird mit } \lambda = 1,4 \text{ vollkommen verbrannt}$$

Man berechne: $h_u, L_{t_{min}}, V_{f_{min}}, V_{t_{min}}, L_t, V_t, m_t$

Lsg.:

$$\begin{aligned} h_u &= 34800 c + 93800 h + 10460 s + 6280 n - 10800 o - 2450 w \\ &= 34800 * 0,46 + 93800 * 0,046 \dots \end{aligned}$$

$$h_u = 17920 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\begin{aligned} O_{min} &= 1,864 c + 5,6 h + 0,7 s - 0,7 o \\ &= 1,864 * 0,46 + 5,6 * 0,046 + 0,7 * 0,007 - 0,7 * 0,194 \end{aligned}$$

$$O_{min} = 0,984 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Sauerstoff}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$L_{t_{min}} = \frac{O_{min}}{0,21} = \frac{0,984}{0,21} \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] = 4,69 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Luft}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$\begin{aligned} V_{f_{min}} &= 1,854 c + 0,68 s + 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right) + 0,8 n + 0,79 * \lambda * L_{t_{min}} \\ &= \left\{ 1,854 * 0,46 + 0,68 * 0,007 + 11,2 * \left(0,046 + \frac{0,18}{9} \right) + 0,8 * 0,01 \right\} \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] \\ &\quad + 0,79 * 4,68 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] \end{aligned}$$

$$V_{f_{min}} = 5,31 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Rauchgas}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$V_{H_2O} = 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right) = 11,2 * \left(0,046 + \frac{0,18}{9} \right)$$

$$V_{H_2O} = 0,74 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Wasserdampf}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$L_t = \lambda * L_{t_{min}} = 1,4 * 4,69 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] = 6,57 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Luft}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$\begin{aligned} V_f &= V_{f_{min}} + (\lambda - 1) * L_{t_{min}} \\ &= 5,31 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] + (1,4 - 1) * 4,69 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right] \end{aligned}$$

$$V_f = 7,18 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Rauchgas}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$V_t = V_f - V_{H_2O} = 7,18 - 0,74 = 6,44 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Rauchgas}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$m_f = (1 - a) + \rho_L * L_t$$

12. Verbrennungsprozesse

$$= (1 - 0,103) \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right] + 1,293 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}_n^3} \right] * 6,57 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg}} \right]$$

$$m_f = 9,39 \left[\frac{\text{kg Rauchgas}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

12.4 Musteraufgabe

Die Analyse von Steinkohle ergab folgende Zusammensetzung:

c = 75,3 [%]; h = 5,0 [%]; s = 0,6 [%]; n = 1,0 [%]; o = 7,5 [%]; a = 7,0 [%]; w = 3,6 [%].

Gesucht sind

- der spezifische Mindestluftbedarf $L_{t\min}$ in $[\text{m}_n^3/\text{kg}]$,
- das feuchte spezifische Rauchgasvolumen $V_{f\min}$ in $[\text{m}_n^3/\text{kg}]$,
sowie für vollkommene Verbrennung mit $\lambda = 1,3$
- der spezifische Luftbedarf L_t in $[\text{m}_n^3/\text{kg}]$,
- das feuchte spezifische Rauchgasvolumen in $[\text{m}_n^3/\text{kg}]$ und
- die feuchte spezifische Rauchgasmasse m_f in $[\text{kg}/\text{kg}]$.

Wie groß werden im Rauchgas bei

- der Wasserdampfanteil H_2O_f in [%] und
- der Kohlendioxidanteil CO_{2f} in [%] ?

Geräte zur Rauchgasanalyse, d.h. zur Bestimmung der Stoffgehalte, erfassen nur trockenes Rauchgas! Hierzu wird das Rauchgas auf eine Temperatur unterhalb der Umgebungstemperatur abgekühlt, damit der Wassergehalt auskondensiert und abgeführt werden kann.

Wie groß werden im vorliegenden Fall bei $\lambda = 1,3$

- der Sauerstoffgehalt O_2 in [%] und
- der Kohlendioxidgehalt CO_2 in [%] ?

Lsg.:

a)

$$(1) \quad L_{t\min} = \frac{O_{\min}}{0,21}$$

$$(2) \quad O_{\min} = 1,864 c + 5,6 h + 0,7 s - 0,7 o$$

$$= 1,864 * 0,753 + 5,6 * 0,05 + 0,7 * 0,006 - 0,7 * 0,075 = 1,635 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ O}_2}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$(1a) \quad L_{t\min} = 7,787 \left[\frac{\text{m}_n^3 \text{ Luft}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$b) \quad V_{f\min} = 1,854 c + 0,68 s + 11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right) + 0,8 n + 0,79 * \lambda * L_{t\min}$$

$$= 1,854 * 0,753 + 0,68 * 0,006 + 11,2 \left(0,050 + \frac{0,036}{9} \right) + 0,8 * 0,010 + 0,79 * 7,787$$

$$= 8,165 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$c) \quad L_t = \lambda * L_{t\min} = 1,3 * 7,787 = 10,123 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

12. Verbrennungsprozesse

$$d) \quad V_f = V_{f_{\min}} + (\lambda - 1) * L_{t_{\min}} = 8,165 + 0,3 * 7,787 = 10,501 \left[\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$e) \quad m_f = (1 - a) + \rho_L * L_t = (1 - 0,070) + 1,293 * 10,123 = 14,019 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg Brennstoff}} \right]$$

$$f) \quad \text{H}_2\text{O}_f = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}}{V_f} = \frac{11,2 \left(h + \frac{w}{9} \right)}{V_f} = \frac{11,2 \left(0,05 + \frac{0,036}{9} \right)}{10,501} \left[\frac{\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}}}{\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}}} \right] = 5,76 \text{ [%]}$$

$$g) \quad \text{CO}_{2f} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_f} = \frac{1,854c}{V_f} = \frac{1,854 * 0,753}{10,501} \left[\frac{\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}}}{\frac{\text{m}_n^3}{\text{kg Brennstoff}}} \right] = 13,29 \text{ [%]}$$

$$h) \quad \text{O}_2 = \frac{V_{\text{O}_2}}{V_t} = \frac{0,21 (\lambda - 1) L_{t_{\min}}}{V_f - V_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0,21 (1,3 - 1) * 7,787}{10,501 - 0,6048} = 4,96 \text{ [%]}$$

$$i) \quad \text{CO}_2 = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_t} = \frac{1,854c}{V_f - V_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{1,854 * 0,753}{10,501 - 0,6048} = 14,11 \text{ [%]}$$

13. Exergie

= „technische Arbeitsfähigkeit“,
 = „maximale Arbeit“,

} die von einem System mit bestimmten Anfangszustand in einer vorhandenen Umgebung geliefert werden kann.



Carnot-Prozess im T,S-Diagramm

$$\eta_{C(\text{arnot})} = 1 - \frac{T_u}{T_o} = \frac{-W_k}{Q_{zu}} \rightarrow -W_k = Q_{zu} \left(1 - \frac{T_u}{T_o} \right)$$

$$\eta_{C(\text{opt})} = 1 - \frac{T_{\text{Umg}}}{T_o} \quad (13.1)$$

Wärme kann gerade noch bei T_{Umg} von selbst abgegeben werden, keinesfalls jedoch darunter!

Da $T_u > T_{\text{Umg}}$ wird mit Q_{ab} auch gewinnbare Arbeit abgeführt (Fläche 3 4 c d 3).

Die maximal gewinnbare Arbeit E_x (Exergie) muss die Teilarbeit (Fläche 3 4 c d 3) enthalten.

$$E_x = Q_{zu} * \left(1 - \frac{T_{\text{Umg}}}{T_o} \right) = \text{Exergie} \quad (13.2)$$

$B_x = \text{Anergie} = \text{Wärmeanteil, der nicht zur Arbeitsgewinnung herangezogen werden kann}$

13. Exergie

Energie = Exergie + Anergie

math. Form:

$$E = E_x + B_x$$

(13.3)

$$\frac{E}{m} = e = e_x + b_x$$

(13.4)

Exergie ist der in jede andere Energieform umwandelbare Teil.

Anergie ist der nicht umwandelbare Teil der Energie, z.B. die Energie der Umgebung.

Energieflussbild eines reversiblen Prozesses

Energieflussbild eines irreversiblen Prozesses

13. Exergie

$E_x = 0$ für thermische Energie in Umgebungszustand

$B_x = 0$ für mechanische Energie und elektrische Energie

$$E_x = E - B_x = E * \left(1 - \frac{T_{Umg}}{T_o}\right)$$

$$B_x = E - E * \left(1 - \frac{T_{Umg}}{T_o}\right) = E * \left(1 - 1 + \frac{T_{Umg}}{T_o}\right) = E * \frac{T_{Umg}}{T_o}$$

$$\frac{E_x}{B_x} = \frac{E * \left(1 - \frac{T_{Umg}}{T_o}\right)}{E * \frac{T_{Umg}}{T_o}} = \frac{\frac{T_o - T_{Umg}}{T_o}}{\frac{T_{Umg}}{T_o}} = \frac{T_o - T_{Umg}}{T_{Umg}}$$

$$\boxed{\frac{E_x}{B_x} = \frac{T_o - T_{Umg}}{T_{Umg}}}$$

(13.5)

für hohe Umgebungstemperatur $T_{umg} \rightarrow E_x$ klein

$\rightarrow B_x$ groß

für niedrige Umgebungstemperatur $T_{umg} \rightarrow E_x$ groß

$\rightarrow B_x$ klein

Aufteilung einer Energie in Exergie und Anergie bei hoher und niedriger Umgebungstemperatur

13. Exergie

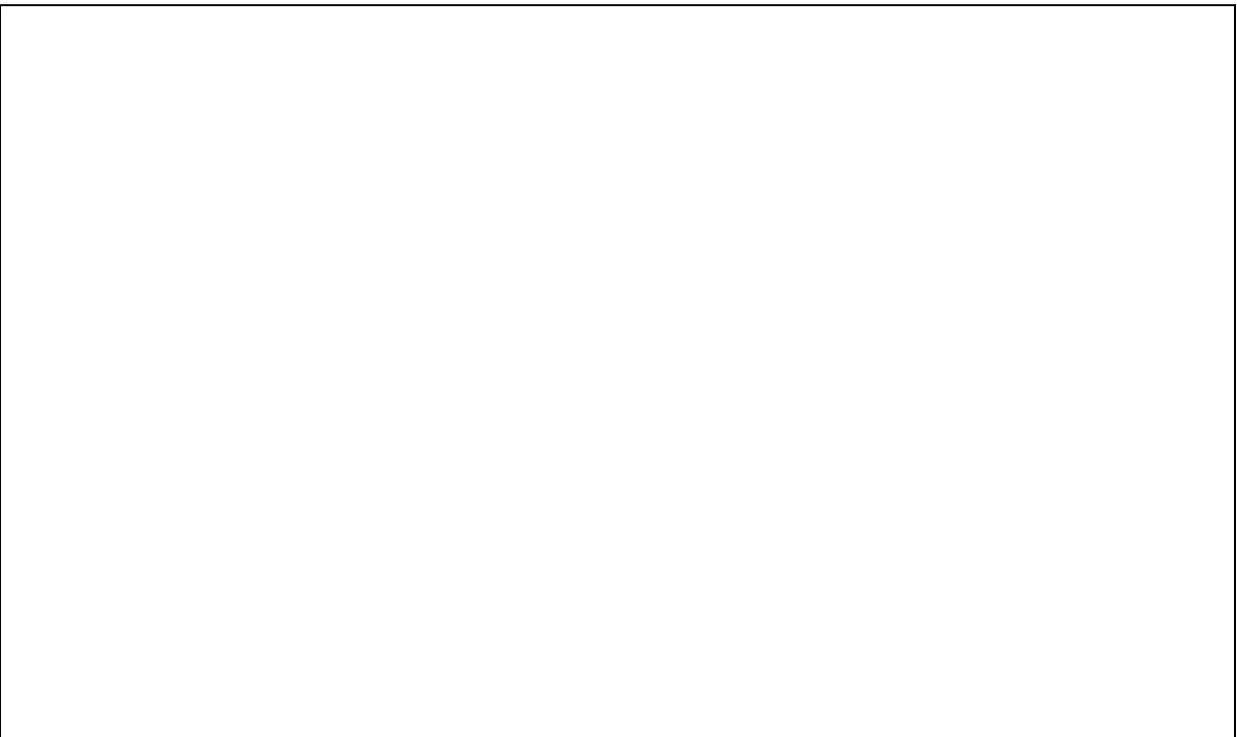
Die maximale Arbeit oder Exergie wird dann gewonnen, wenn ein System reversibel ins thermodynamische Gleichgewicht mit der Umgebung gebracht wird.

Die Exergie gibt an, welche Arbeit man im besten Fall erhalten kann (Kraftmaschinen) oder aufwenden muss (Arbeitsmaschinen).

$$\text{Maximale Arbeit} = \text{Mindestarbeit} = \text{Exergie}$$

13.1 Exergie der Wärme bei $T = \text{const.}$

$$(1) \quad |E_x| = Q_{\text{zu}} * \eta_C = Q_{\text{zu}} * \left(1 - \frac{T_{\text{Umg}}}{T_1}\right) = Q_{\text{zu}} - B_x$$



Energie- und Entropiebilanz eines reversiblen Prozesses

$$(2) \quad \Delta S_{\text{zu}} + \Delta S_{\text{ab}} = 0$$

2. HS.

$$(3) \quad \frac{Q_{\text{zu}}}{T_1} + \frac{Q_{\text{ab}}}{T_{\text{Umg}}} = 0 \rightarrow -Q_{\text{ab}} = \frac{T_{\text{Umg}}}{T_1} * Q_{\text{zu}}$$

$$(4) \quad \boxed{-Q_{\text{ab}} = T_{\text{umg}} * \Delta S_{\text{zu}}}$$

$$\text{aus (1)} \quad Q_{\text{zu}} - B_x = Q_{\text{zu}} - Q_{\text{zu}} * \frac{T_{\text{Umg}}}{T_1}$$

$$B_x = Q_{\text{zu}} * \frac{T_{\text{Umg}}}{T_1}$$

$$(5) \quad B_x = T_{\text{umg}} * \Delta S_{\text{zu}}$$

13. Exergie

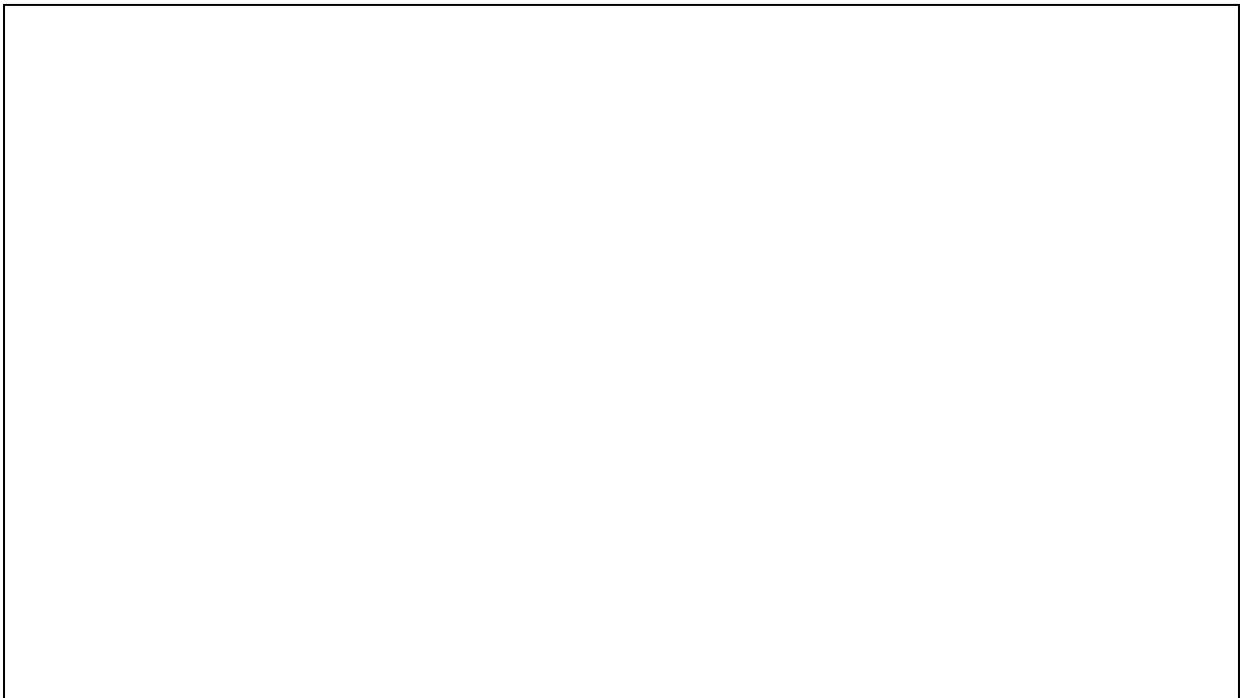
$$(4) = (5)$$

$$B_x = |Q_{ab}|$$

Bei irreversiblen Prozessen enthält die Abwärme ebenfalls die ganze dem Prozess zugeführte Entropie ΔS_{zu} + den Exergieverlust. Die Anergie enthält jetzt sowohl die ganze zugeführte Entropie und die Entropiezunahme ΔS_i durch Irreversibilitäten.

⇒ Die Exergie ist der „entropiefreie“ Teil der Wärme

Die Exergie geschlossener Systeme:



Zustandsänderungen im p,v- und T,s-Diagramm

gedachte Zustandsänderung: - isentrope Zä 1 → 1' (adiabat)
- isotherme Zä 1' → 4 (Wärme muss zugeführt werden)

(1) 1. HS

$$du = dq + dw$$

(2) 2. HS

$$dq = T_u * ds \quad | \text{ da } Q \text{ bei } T = T_u \text{ reversibel übertragen werden muss}$$

(3) $dw_{\text{nutz}} = -p dv + p_u dv$ mit (4) $dw_{\text{Nutz}} = de_x$ und

$$(5) \quad dw = -p dv \xrightarrow{(3)(4)} \boxed{dw = de_x - p_u dv} \quad (5a)$$

(2) in (1) : (6)

$$du = T_u * ds + dw$$

13. Exergie

(5a) in (6) : (7)

$$\boxed{du = T_u \cdot ds + de_x - p_u \cdot dv} \quad \text{differentielle Form}$$

oder (7a)

$$\boxed{+ de_x = du - T_u \cdot ds + p_u \cdot dv}$$

integriert von 1 \rightarrow u

$$e_{x_1} = (u_u - u_1) - T_u (s_u - s_1) - p_u (v_1 - v_u)$$

$$(8) \quad \boxed{-e_{x_1} = (u_1 - u_u) - T_u (s_1 - s_u) - p_u (v_u - v_1)} \quad (13.6)$$

getrennt nach Zustandspunkten:

$$(9) \quad \boxed{-e_{x_1} = (u_1 - T_u s_1 + p_u v_1) - (u_u - T_u s_u + p_u v_u)}$$

Ausgangszustand

\swarrow

ε_{u_1}

Endzustand (Umgebung)

\swarrow

ε_{u_u}

$$(10) \quad \boxed{\varepsilon_u = U - T_u S + p_u V} = \text{Exergiefunktion für geschlossene Systeme} \quad (13.7)$$

(10) in (9)

$$(11) \quad -e_{x_1} = \varepsilon_{u_1} - \varepsilon_{u_u}$$

für einen beliebigen Zustand 2 erhält man analog

$$(12) \quad -e_{x_2} = \varepsilon_{u_2} - \varepsilon_{u_u}$$

für eine Zustandsänderung von 1 nach 2:

Exergie: $e_{x_1} \rightarrow e_{x_2}$

$$e_{x_{1,u}} - e_{x_{2,u}} = -\Delta e_{x_{12}} = \varepsilon_{u_2} - \varepsilon_{u_1}$$

$$\boxed{-\Delta e_{x_{12}} = (u_2 - T_u s_2 + p_u v_2) - (u_1 - T_u s_1 + p_u v_1)} \quad (13.8)$$

13. Exergie

für offene Systeme gilt entsprechend:

$$-\Delta e_{x_{12}} = (h_2 - T_u s_2) - (h_1 - T_u s_1) \quad (13.9)$$

Bsp.:

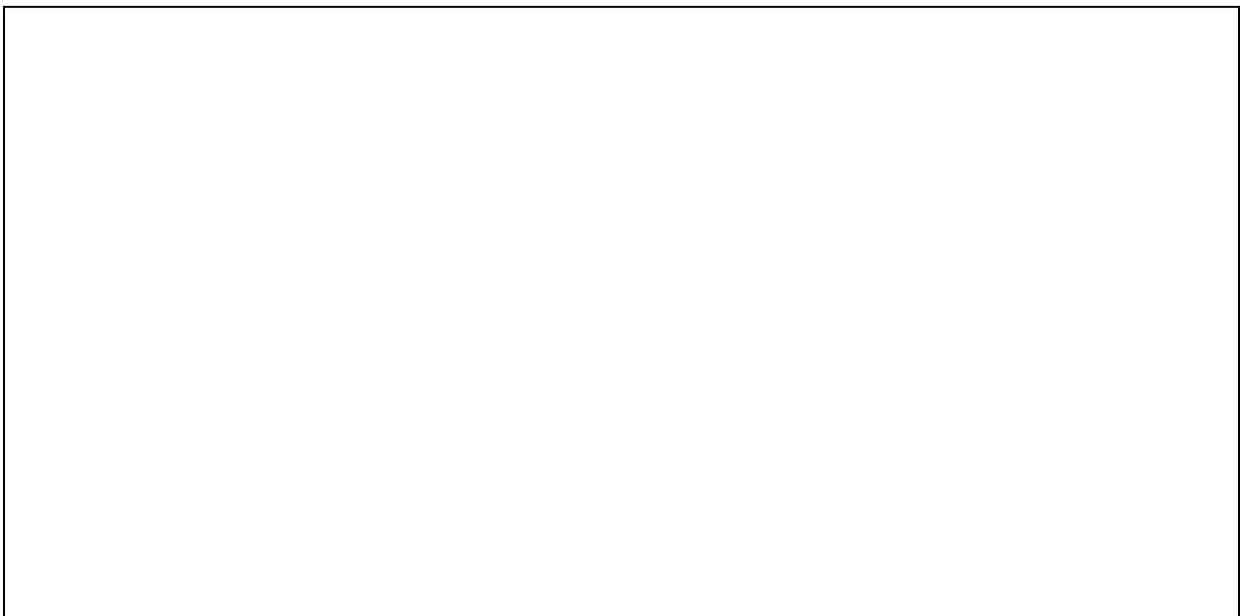
geg.: $m_L = 1 \text{ [kg]}$ $R_L = 287,1 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$

$p_1 = 10 \text{ [bar]}$ $T_1 = 400 \text{ [K]}$

$p_{Um} = 1 \text{ [bar]}$ $T_{Um} = 300 \text{ [K]}$

Prozess A: Isentrope Zustandsänderung auf $T_2 = T_u$ und anschließend
Isotherme Expansion auf $p_3 = p_u$

Prozess B: Isobare Abkühlung auf $T_2' = T_u$ und anschließend
Isotherme Expansion auf $p_3 = p_u$



Prozesse A und B im T,s -Diagramm

- ges.: a) Berechnen Sie die Entropieänderung des Systems und der Umgebung für die Prozesse A und B!
b) Berechnen Sie die maximal gewinnbare Arbeit $1 \rightarrow 3$!
c) Berechnen Sie die im Prozess B gewonnene Arbeit!

a) Prozess A:

(1) $\Delta S_{12} = 0$, da isentrop

(2) $\Delta S_{23} = \frac{Q_{23}}{T_2}$

(3) $Q_{23} = m_L R_L T_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$

(4) $p_2 = p_1 \left[\frac{T_2}{T_1} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10 * \left(\frac{300}{400} \right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 3,65 \text{ [bar]}$

13. Exergie

$$\text{in (3)} \quad Q_{23} = 1 * 0,2871 * 300 * \ln(3,65) \left[\frac{\text{kJ K kg}}{\text{kg K}} \right] = 111,61 \text{ [kJ]}$$

$$\text{in (2)} \quad \Delta S_{23} = \frac{111,61}{300} = 0,372 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$$

$$\Rightarrow \quad \Delta S_{13} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = 0,372 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right] \text{ (System)}$$

Entropieänderung der Umgebung:

$$\Delta S_{\text{Umg}} = \frac{-Q_{23}}{T_u} = \frac{-111,61}{300} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right] = -0,372 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$$

Prozess B:

1 → 2' : Isobare Zü:

$$\Delta S_{12'} = m_L c_{pL} \ln\left(\frac{T_{2'}}{T_1}\right) = 1 * 1,005 * \ln\left(\frac{300}{400}\right) \left[\frac{\text{kJ kg}}{\text{kg K}} \right] = -0,289 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$Q_{12'} = m_L c_{pL} (T_{2'} - T_1) = 1 * 1,005 * (-100) \left[\frac{\text{kJ kg K}}{\text{kg K}} \right] = -100,5 \text{ [kJ]}$$

2' → 3 : Isotherme Zü:

$$\Delta S_{2'3} = \frac{Q_{2'3}}{T_{2'}}$$

$$Q_{2'3} = m_L R_L T_{2'} \ln\left(\frac{p_{2'}}{p_3}\right) = 1 * 0,2871 * 300 * \ln(10) = 198,32 \text{ [kJ]}$$

$$\rightarrow \quad \Delta S_{2'3} = \frac{198,32}{300} = 0,661 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$$

$$\Delta S_{13} = \Delta S_{12'} + \Delta S_{2'3} = -0,289 + 0,661 = 0,372 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$$

dagegen:

$$\Delta S_{\text{Umg}} = \frac{-Q_{12'}}{T_{\text{Umg}}} + \frac{-Q_{2'3}}{T_{\text{Umg}}} = \frac{-(Q_{12'} + Q_{2'3})}{T_{\text{Umg}}} = \frac{-100,5 + 198,32}{300} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right] = -0,326 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right]$$

b) ges.: Exergiedifferenz von Z1 nach Z3 | Z3 = Umgebungszustand

$$E_{x_{13}} = m * (u_1 - u_3 - T_3 (s_1 - s_3) + p_3 (v_1 - v_3))$$

$$\text{mit } u_3 = u_u; T_3 = T_u; s_3 = s_u; p_3 = p_u; v_3 = v_u$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_{x_{13}} = m * (u_1 - u_u - T_u (s_1 - s_u) + p_u (v_1 - v_u))}$$

$$u_1 - u_u = c_{vL} * (T_1 - T_u) = (1,005 - 0,287) (400 - 300) \left[\frac{\text{kJ K}}{\text{kg K}} \right] = 71,8 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$v_1 = \frac{R_L T_1}{p_1} = 0,115 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$$v_u = \frac{R_L T_u}{p_u} = 0,861 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$$E_{x_{13}} = 1 * (71,8 \text{ [kJ]} - 300 * (-0,372) \text{ [kJ]} + 1 * 10^5 * (0,115 - 0,86) \text{ [kJ]})$$

$$= 71,8 \text{ [kJ]} + 111,6 \text{ [kJ]} - 74,5 \text{ [kJ]}$$

$$= 108,9 \text{ [kJ]}$$

c) Beim Prozess B gewonnene Arbeit:

$$W_{13} = E_{x_{13}} - T_u (\Delta S_{13} + \Delta S_{\text{Umg}}) = 108,9 \text{ [kJ]} - 300 \text{ [K]} (0,372 - 0,326) \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right] = 95 \text{ [kJ]}$$

14. Übungsaufgaben

14. Übungsaufgaben

- A1 In einem geschlossenen Behälter mit $V = 8 \text{ [m}^3\text{]}$ ist Wasserdampf von $p_1 = 14 \text{ [bar]}$ enthalten. Durch Abkühlung wird der Druck auf $p_2 = 8 \text{ [bar]}$ abgesenkt. Nassdampf vom Zustand 2 wird anschließend adiabat verdichtet, wobei infolge Irreversibilitäten die spezifische Entropie des Dampfes um $\Delta s_{23} = 0,3 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$ zunimmt. Die Temperatur am Ende der Verdichtung beträgt $\vartheta_3 = 180 \text{ [}^\circ\text{C]}$. Wie groß ist die im Behälter eingeschlossene Masse m ? Bestimmen Sie die abzuführende Wärmemenge Q_{12} sowie die nach der Abkühlung ausgefallene Wassermenge. Berechnen Sie den Dampfgehalt x_3 und den Druck p_3 nach der Kompression.

$$\text{Lsg.: } \begin{array}{lll} m = 56,858 \text{ [kg]} & Q_{12} = -44,80 \text{ [MJ]} & \Delta m = 23,676 \text{ [kg]} \\ x_3 = 0,6525 & p_3 = 10,03 \text{ [bar]} & \end{array}$$

- A2 In einem Heizkraftwerk hat der überhitzte Dampf vor der Turbine eine Temperatur von $\vartheta_5 = 500 \text{ [}^\circ\text{C]}$ und einen Druck von $p_5 = 100 \text{ [bar]}$. In der Turbine wird der Dampf auf den Druck von $p_6 = 1 \text{ [bar]}$ entspannt, wobei der Gütegrad der Turbine $\eta_{\text{isT}} = 0,85$ beträgt. Im Kondensator wird Dampf isobar vollständig kondensiert. Mit der abgeführten Kondensationswärme werden 650 [t] Wasser pro Stunde von $60 \text{ [}^\circ\text{C]}$ auf $95 \text{ [}^\circ\text{C]}$ erwärmt und zu Heizzwecken verwendet. Bei der Berechnung soll die Speisepumpenarbeit vernachlässigt werden.
- Skizzieren Sie das Anlagenschema.
 - Stellen Sie den Kreisprozess schematisch im h,s - und T,s -Diagramm dar.
 - Wie viel Arbeit kann je $[\text{kg}]$ Dampf gewonnen werden?
 - Wie groß ist die Leistung der Dampfturbine?
 - Wie groß ist das Verhältnis von Nutzen zu Aufwand in diesem Heizkraftwerk?
 - Um wie viel Prozent ändert sich die Turbinenleistung, wenn die Entspannung mit einer Zwischenüberhitzung auf $\vartheta = 500 \text{ [}^\circ\text{C]}$ bei einem Druck von $p = 30 \text{ [bar]}$ erfolgt? Beide Turbinenstufen haben den gleichen Gütegrad η_{isT} .

$$\text{Lsg.: } \begin{array}{l} \text{c) } w_{t_{56}} = -835,6 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ \text{d) } P_T = -10402 \text{ [kW]} \\ \text{e) } \eta = 100 \text{ [\%]} \\ \text{f) } \Delta P = 8,5 \text{ [\%]} \end{array}$$

14. Übungsaufgaben

- A3 Die Rohre eines Speisewasservorwärmers werden mit Satttdampf von $\vartheta_1 = 100$ [°C] angeströmt. Der Dampf kondensiert vollständig an den Wärmeübertragungsrohren, das Kondensat wird mit $\vartheta_2 = 100$ [°C] abgezogen. Das Speisewasser tritt mit $p_3 = 5$ [bar], $\vartheta_3 = 20$ [°C] in die Rohre ein und verlässt diese mit $\vartheta_4 = 100$ [°C] bei gleichem Druck. Wärmeverluste nach außen sollen nicht auftreten. Die Umgebungstemperatur ist 20 [°C] Wie groß ist:
- die Dampfmenge pro [kg] Speisewasser?
 - die Gesamtexergieänderung pro [kg] Wasser (Änderung der Exergie des Dampfes und des Wassers)?
 - die Irreversibilität?

$$\text{Lsg.: a) } m_1 = 0,15 \frac{[\text{kg}] \text{ Dampf}}{[\text{kg}] \text{ Wasser}}$$

$$\text{b) } \Delta E_{\text{ges}} = -34,65 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg Wasser}} \right]$$

$$\text{c) } \Delta s = -34,65 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg Wasser}} \right]$$

- A4 Von zwei Behältern mit je 1000 [dm³] ist einer gefüllt mit gesättigtem Wasser (Fall A), der andere mit gesättigtem Wasserdampf (Fall B), jeweils unter dem Druck 10 [bar]. Wenn die Behälter plötzlich bersten, expandiert der Inhalt adiabat auf 1 [bar]. Welcher Behälter verursacht den größeren Schaden?
Es sei angenommen, dass der Schaden gleich der geleisteten Expansionsarbeit ist. Da nur ein Vergleich gemacht werden soll, sei eine reversible Zustandsänderung angenommen, welche die größtmögliche Arbeit liefert.
Hinweis: aus der isentropen Expansion ergibt sich der Dampfgehalt und daraus die Differenz der inneren Energien.

$$\text{Lsg.: Fall A: } W_A = -49,8 \text{ [MJ]}$$

$$\text{Fall B: } W_B = -1,8 \text{ [MJ]}$$

- A5 Leiten Sie – ausgehend von der Clausius-Clapeyronschen Gleichung – eine Näherungsbeziehung für den Dampfdruck von Wasser her. Dabei sollen folgende Annahmen getroffen werden:
- Das Flüssigkeitsvolumen sei gegenüber dem Dampfvolmen vernachlässigbar;
 - der gesättigte Dampf verhalte sich wie ein ideales Gas;
 - die Verdampfungswärme genüge in erster Näherung der Beziehung $r = a T + b$, wobei a und b Konstanten sind.

Vergleichen Sie für den Temperaturbereich $0 \leq t \leq 100$ [°C] die mit dieser Näherungsbeziehung ermittelten Werte mit den gesicherten Werten der beigefügten

Tabelle. Tragen Sie den relativen Fehler $\frac{p - p_{\text{Tab}}}{p_{\text{Tab}}}$ über die Temperatur auf.

14. Übungsaufgaben

Daten: Bezugszustand: $p_0 = 1,013 \text{ [bar]}; t_0 = 100 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Gaskonstante des Wassers: $R = 461,5 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$

außerdem: $a = -2,44 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]; b = 3170 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$

A6 Tragen Sie in einem Diagramm über der Temperatur t im Bereich $0 \leq t \leq 100 \text{ [}^\circ\text{C]}$ folgende dimensionslose Größen für gesättigte feuchte Luft bei einem Druck von $p = 1 \text{ [atm]}$ auf:

a) Sättigungsdruck $\frac{p_s}{p}$

b) Wassergehalt x_s

c) Dichte $\frac{\rho_s}{\rho_{\text{Luft}}}$

d) Massenanteil des Wassers $\xi_s = \frac{m_{\text{Wasser}}}{m_{\text{gesamt}}}$

e) Raumanteil des Wassers $\psi_s = \frac{V_{\text{Wasser}}}{V_{\text{gesamt}}}$

Verwenden Sie halblogarithmisches Papier!!!

A7 Der Taupunkt feuchter Luft, die von einem Verdichter auf 100 [bar] verdichtet wurde, beträgt 10 [°C].

Welche relative Feuchte zeigt ein in der Ansaugleitung des Verdichters montiertes Feuchtemessgerät an, wenn der Ansaugzustand bei $p = 1 \text{ [bar]}$ und $t = 20 \text{ [}^\circ\text{C]}$ liegt?

A8 An einem Herbsttag wird bei einem Luftdruck von 1 [bar] und einer Lufttemperatur von 20 [°C] eine relative Luftfeuchtigkeit $\varphi = 67,5 \text{ [%]}$ gemessen.

a) Wie viel Wasser pro [kg] Luft kondensiert in Form von Tau oder Nebeltröpfchen, wenn in der Nacht die Lufttemperatur auf 8 [°C] absinkt?

b) Welche relative Feuchtigkeit stellt sich in einem Zimmer ein, das am frühen Morgen gut gelüftet und anschließend bei geschlossenem Fenster auf 18 [°C] aufgeheizt wird?

A9 Durch Zumischen aufgeheizter Umgebungsluft soll übersättigte feuchte Luft entnebelt werden. Alle Vorgänge sollen dabei isobar bei $p = 1 \text{ [bar]}$ ablaufen.

Zustand der vernebelten Luft: $t_1 = 40 \text{ [}^\circ\text{C]}; \chi = 1,05$

Zustand der entnebelten Luft: $t_2 = t_1$; $x_2 = 0,5 x_1$

Zustand der Umgebungsluft vor der Erwärmung: $t_3 = 20 \text{ [}^\circ\text{C]}; \varphi_3 = 51 \text{ [%]}$

a) Skizzieren Sie den Prozess in einem h,x -Diagramm.

b) Auf welche Temperatur t_4 ist die Umgebungsluft vor ihrer Zumischung zu erhitzen?

c) Wie groß ist die der Umgebungsluft zuzuführende Wärme und welche Luftmenge vom Zustand 3 ist erforderlich (beides bezogen auf 1 [kg] Luft vom Zustand 1)?

14. Übungsaufgaben

A10 Entwerfen Sie ein h,x -Diagramm für feuchte Luft in rechtwinkligen und in schiefwinkligen Koordinaten (letzteres durch Neigung der Abszisse um $\tan(\alpha) = -r_0$).

Maßstäbe: $\Delta x = 10 \frac{[\text{g}]\text{Wasser}}{[\text{kg}]\text{Luft}} \hat{=} 2 [\text{cm}] \quad \left(0 \leq x \leq 90 \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right] \right)$

$\Delta h = 10 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg Luft}} \right] \hat{=} 2 [\text{cm}] \quad \left(-30 \leq h \leq 110 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \right)$

Daten: $c_{p_{\text{Luft}}} = 1,005 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]; \quad r_0 = 2501,8 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$

$c_{p_{\text{Dampf}}} = 1,852 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]; \quad r_1 = 333,5 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$

$c_{\text{Wasser}} = 4,19 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$

$c_{\text{Eis}} = 2,05 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$

a) Wie lautet die Gleichung der Isothermen:

- 1.) im ungesättigten Gebiet ($x_{\text{Dampf}} < x_s$; $x_{\text{Wasser}} = x_{\text{Eis}} = 0$),
- 2.) im Nebelgebiet für $t \geq 0$ [°C] ($x_{\text{Dampf}} = x_s(t)$; $x_{\text{Wasser}} > 0$; $x_{\text{Eis}} = 0$),
- 3.) im Nebelgebiet für $t \leq 0$ [°C] ($x_{\text{Dampf}} = x_s(t)$; $x_{\text{Wasser}} = 0$; $x_{\text{Eis}} > 0$).

b) Zeichnen Sie in die Diagramme zunächst Linien konstanter Enthalpie ein, und zwar im Abstand $\Delta h = 20 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$.

c) Zeichnen Sie dann die Sättigungslinie für $p = 1$ [bar].

d) Zeichnen Sie schließlich die Isothermen $t = -10, 0, 10, 20, 30, 40$ und 50 [°C] in die Diagramme ein.

A11 Übungsaufgabe zum van-der-Waals-Gas

Es wird angenommen, dass sich die Gase Stickstoff und Wasserstoff wie ein van-der-Waals-Gas verhalten.

Man bilde ausgehend von den Stoffdaten im kritischen Punkt die jeweils gültige van-der-Waals-Gleichung

a) für Stickstoff

b) für Wasserstoff

Stoffdaten Stickstoff:

$$p_k = 33,9 [\text{bar}]$$

$$T_k = 126,15 [\text{K}]$$

$$v_k = 0,00322 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

Stoffdaten Wasserstoff:

$$p_k = 12,97 [\text{bar}]$$

$$T_k = 33,25 [\text{K}]$$

$$v_k = 0,0323 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

- c) Für Stickstoff erstelle man eine Wertetabelle **für die Isotherme $T = 100 \text{ [K]}$** mit dem spezifischen Volumen v als unabhängige und dem Druck p als abhängige Variable und trage die Werte in ein p,v -Diagramm ein. Dabei trage man v logarithmisch in den Grenzen $0,001 < v < 0,50 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$ auf. Auf sinnvolle Wahl der Stützstellen ist zu achten. Hinweis: Es ist vorteilhaft im Bereich $0,003 < v < 0,01 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$ die Stützstellen der Kurve in engen Abständen zu bestimmen.
- d) Man ermittle auf der Basis der idealen Gasgleichung ebenfalls eine Wertetabelle für $T = 100 \text{ [K]}$ mit $R = 0,2968 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$ und trage die sich ergebende Kurve zum Vergleich in das p,v -Diagramm ein.
- e) Anhand des beigefügten T,s -Diagramms lese man näherungsweise folgende Werte ab für $T = 100 \text{ [K]}$:
- 1.) Dampfdruck p
 - 2.) Dichte auf der Siedelinie (Umrechnung in $v \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$)
 - 3.) Die Dichte auf der Taulinie (Umrechnung in $v \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$)
- f) Tragen Sie die in e) gefundenen Werte ins p,v -Diagramm ein und erweitern Sie die Kurve qualitativ außerhalb des Zweiphasengebiets.
- g) Bewerten Sie die van-der-Waals-Kurve im Vergleich zum idealen Gas.